الوحدة الثانية

ديناميكا الحركة الدورانية

الأستاذ

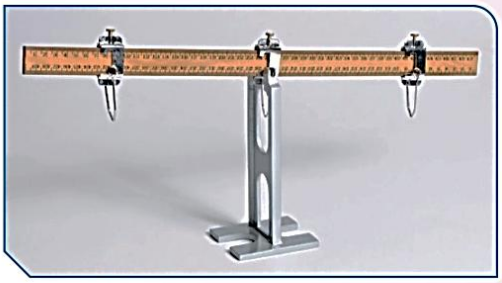
محمد الخواجا

0780539995

الشخص الذي يمكنه أن يكون أي
شخص، ويصنع أي شيء سوف
يتعرض للنقد والذم وإساءة الفهم،
فهذا جزء من ثمن العظمة.

تجربة استهلاليّة

الاتّزان السكوني ومركز الكتلة



المـواد والأوات: مسطرة متريـة، ثقلان كتلتاهما (150 g) و (250 g)، خطافان لتعليق الكتل، ميزان إلكتروني، حامل فلزي (نقطة ارتكاز).

إرشادات السلامة: الحذر من سقوط الأثقال على القدمين.

خطوات العمل:

1. أقيس كتلة المسطرة، مستخدمًا الميزان.
2. أثبت المسطرة على الحامل الفلزي ، وأُحرّكها يمينًا ويسارًا، إلى أن تتزن بوضع أفقي، وأضع إشارة على المسطرة عند موقع الاتّزان؛ من المفترض أن تتّزن المسطرة عند منتصفها (عند التدريج 50 cm)، تسمى هذه النقطة مركز كتلة المسطرة.
3. أُعلّق ثقلًا كتلته (150 g) عند التدريج (20 cm)، وألاحظ اتجاه ميلان المسطرة. أُحرّك نقطة الارتكاز إلى أن تستعيد المسطرة وضع الاتّزان، أضع إشارة عند هذه النقطة وأرمز لها بالرمز (O).
4. أُعلّق ثقلًا إضافيًا كتلته (250 g) عند التدريج (70 cm)، وأُكرّرُ الخطوة السابقة؛ لإيجاد موقع نقطة الارتكاز (O) الذي يحقق الاتّزان للمسطرة.

التحليل والاستنتاج

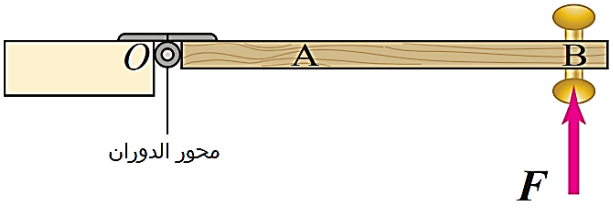
1. **أستنتج:** في الخطوة (2)، تؤثر في المسطرة قوتان هما وزن المسطرة (F_g)، والقوة العمودية التي تؤثر بها نقطة الارتكاز (F_N)، أرسم المخطط الحرّ للمسطرة لتوضيح هاتين القوتين؛ مقدارًا واتجاهًا.
2. أرسم المخطط الحر موضحًا الآتي: موقع نقطة الارتكاز، القوى المؤثرة في المسطرة، بُعد كُلّ قوة عن نقطة الارتكاز، وذلك للخطوتين (3) و (4).
3. **أُصدر حُكمًا:** معتمدًا على المخططات التي رسمتُها، ماذا أستنتج عن موقع نقطة الارتكاز التي تحقق الاتّزان للنظام؟

الدرس 1

العزم والاتزان السكوني

العزم

يحدث العزم عندما تؤثر قوه في جسم فتسبب له اثرا دورانيا حول محور مثل : دوران الابواب ، والبراغي ، والمفكات .



ملاحظات

في الشكل عند التاثير بقوه في المقبض المثبت عند طرف الباب ، يدور الباب حول محور الدوران وهو في هذه الحاله خط وهمي راسي يمر عبر مفصلات الباب المثبته عند الطرف المقابل للمقبض .

العزم : هو مقياس لمقدره القوه على احداث دوران للجسم . ورياضيا **يعرف العزم** بانه ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوه (F) ومتجه موقع نقطه تاثير القوه (r) الذي يبدا من نقطه على محور الدوران وينتهي عند نقطه تاثير القوه .

العزم كميه متجهه

يرمز للعزم بالرمز (τ) ، ويقاس بوحده ($N.m$) حسب النظام الدولي للوحدات .

رياضيا :

$$\tau = F \times r$$
$$\tau = F\, r\, sin\theta$$

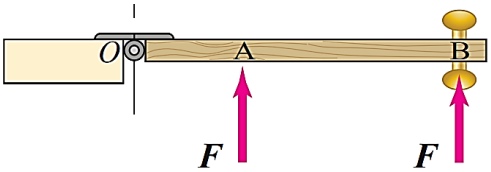
متى نحصل على اكبر عزم ممكن

عند التاثير بقوه في ابعد نقطه عن المحور عموديا على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

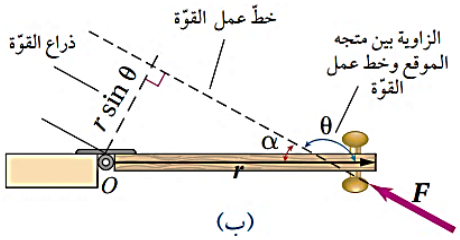
ما هي العوامل التي يعتمد عليها العزم ؟

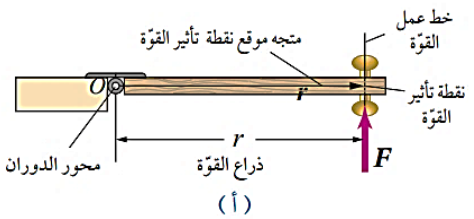
- مقدار القوه المؤثره .
- طول ذراع القوه . و يعتمد على :
  - الازاحه بين المحور و نقطه تاثير القوه .
  - الزاويه بين اتجاه القوه واتجاه الازاحه .

في الشكل تؤثر قوتان متساويتان في النقطتين A و B ، اي القوتين يكون عزم الدوران لها اكبر .



يكون عزم الدوران اكبر في النقطه B حيث تكون الازاحه اكبر ما يمكن عن محور الدوران . اي ان موضع نقطه تاثير القوه ابعد ما يمكن عن محور الدوران . بينما A تكون اقرب الى محور الدوران من B فيكون عزمها اقل .





خط عمل القوه : هو امتداد متجه القوه ويتم الحصول عليه برسم خط ينطبق مع متجه القوه امامه او خلفه .

ذراع القوه : البعد العمودي بين خط عمل القوه ومحور الدوران .

متجه موقع نقطه تاثير القوه : الخط الواصل بين محور الدوران ونقطه تاثير القوه .

متى يكون طول ذراع القوه مساويا لمتجه موقع نقطه تاثير القوه .

ملاحظات

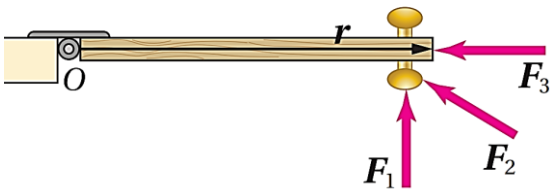
ملاحظات

عندما تكون القوه عموديه على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

كيف نجد ذراع القوه عندما لا يكون اتجاه القوه عموديا على متجه موقع نقطه تاثير القوه

نرسم خط عمل القوه ، ثم نرسم خطا يبدا من المحور الواقع على محور الدوران يصل الى خط عمل القوه وعموديا عليه وهو يمثل مقدار ذراع القوه .

في الشكل المجاور ثلاثه قوى متساويه تؤثر في باب قابل للدوران . رتب القوى من حيث العزم المؤثر في الباب مع التعليل .

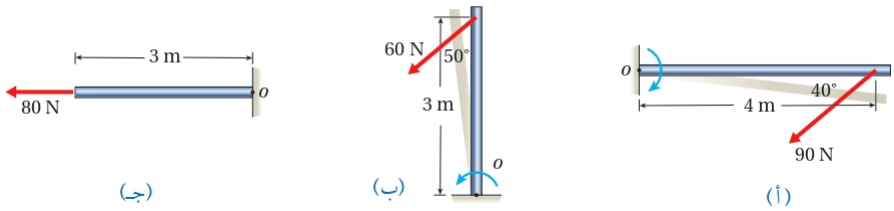


F_1 هي الاكبر عزما لانها عموديه على متجه موقع نقطه تاثير القوه فيكون طول ذراع القوه فيها اكبر ما يمكن ، تليها F_2 حيث تؤثر بزاويه مع متجه موقع نقطه تاثير القوه فيقل طول ذراع القوه فيقل العزم ، وتليها F_3 حيث لا تؤثر بعزم اذ يكون خط عمل القوه واصلا بشكل مباشر نحو المحور وعندها ينعدم العزم لهذه القوه .

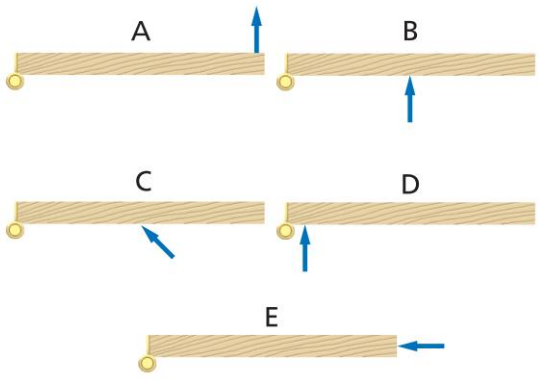
انتبه :

يكون العزم موجبا عندما يكون الاثر الدوراني للقوه عكس عقارب الساعه . ويكون العزم سالبا عندما يكون الاثر الدوراني للقوه مع اتجاه دوران عقارب الساعه .

أحسب عزوم القوى المؤثرة في الأجسام المبيّنة في الشكل (4) حول محور دوران يمرُّ بالنقطة (O).



انتبه :



في الشكل المجاور يكون الترتيب للعزوم المؤثره في الابواب الخمسه في الشكل من الاقل الى الاكبر . مع ملاحظه ان مقدار القوه هو نفسه في الابواب كلها وان محور الدوران مثل بالدائره .

$\tau_A > \tau_B > \tau_C > \tau_D > \tau_E$

اذا لزم عزم مقداره $55\ \text{N.m}$ لتدوير جسم، في حين كانت اكبر قوه يمكن التاثير بها $135\ N$ ، فما طول ذراع القوه الذي يجب استخدامه .

$r\ sin\theta = 0.41\ m$

شد برغي بعزم $8\ N.m$ ، فاذا كان لديك مفتاح شد طوله $0.35\ m$ ، فما مقدار اقل قوه يجب التاثير بها في المفتاح .

$F = 22.86\ N$

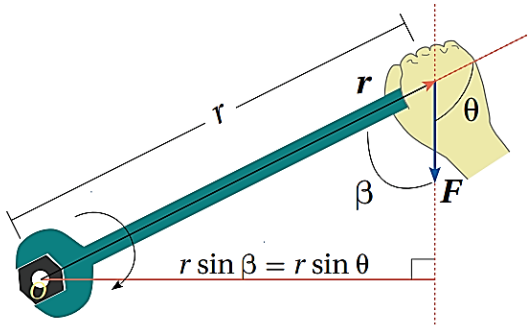
يحاول سالم استخدام مفتاح شد لفك برغي في دراجته الهوائيه ، ويحتاج فك البرغي الى عزم مقداره $10\ N.m$ ، واقصى قوه يستطيع ان يؤثر بها الطفل عموديا في المفتاح تساوي $50\ N$ ، ما طول مفتاح الشد الذي يجب ان يستخدمه سالم حتى يفك البرغي .

$r = 0.2\ m$

يريد عبد الرحمن ان يدخل من باب قابل للدوران ، وضح كيف سيدفع الباب ليولد عزما باقل مقدار من القوه المؤثره . واين يجب ان تكون نقطه تاثير تلك القوه ؟

عند التاثير بقوه في ابعد نقطه عن المحور عموديا على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

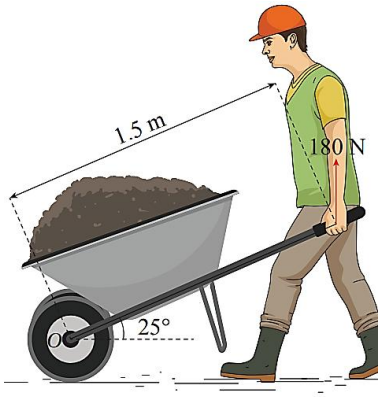
يستخدم زيد مفتاح شد طوله $25\ cm$ لشد صامولة في دراجه ، حيث اثر بقوه مقدارها $1.6 \times 10^2 N$ ، في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل . فاذا علمت ان مقدار الزاويه β يساوي 75^o ، احسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وحدد اتجاهه .



$\tau = -38.6\ N.m$

والإشارة السالبة تعني أن الأثر الدوراني مع عقارب الساعة .

يدفع عامل عربه كما هو موضح في الشكل ، عن طريق التاثير في مقضي ذراعيها بقوتين مجموعهما $1.8 \times 10^2 N$ راسيا الى اعلى لرفعهما الى اعلى بزاويه 25^o بالنسبه للمحور $+x$ ، اذا علمت ان بعد كل من مقبضي العربه عن محور الدوران O يساوي $1.5\ m$ ، احسب مقدار عزم القوه F المؤثر في العربه حول محور الدوران وحدد اتجاهه .



$\tau = 244.7\ N.m$

والإشارة الموجبة تعني أن الأثر الدوراني عكس عقارب الساعة .

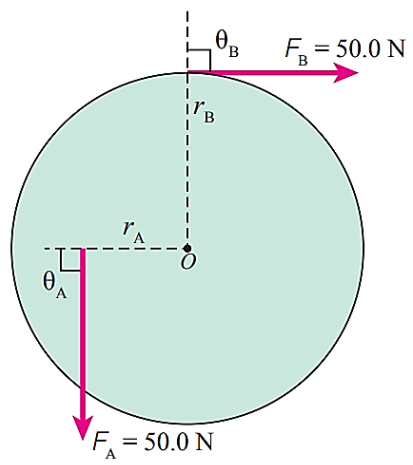
ملاحظات

ملاحظات

العزم المحصل

عندما تؤثر أكثر من قوة في نفس اللحظة في جسم قابل للدوران حول محور فإن العزم المحصل يساوي مجموع عزوم القوى المؤثرة مع مراعاة الإشارة السالبة للعزوم ، ورياضيا فإن :

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots$$



بكره مصمته نصف قطرها r_B يمر في مركزها O محور دوران عمودي على مستوى الصفحه كما هو موضح في الشكل ، اذا علمت ان القوه F_A تؤثر في البكره على بعد $r_A = 30\ cm$ من محور الدوران ، وتؤثر القوه F_B عند حافه البكره حيث $r_B = 50\ cm$ ، واعتمادا على المعلومات المثبته على الشكل . احسب مقدار العزم المحصل المؤثر المؤثر في البكره وحدد اتجاهه .

$$\sum \tau = -10\ N.m$$

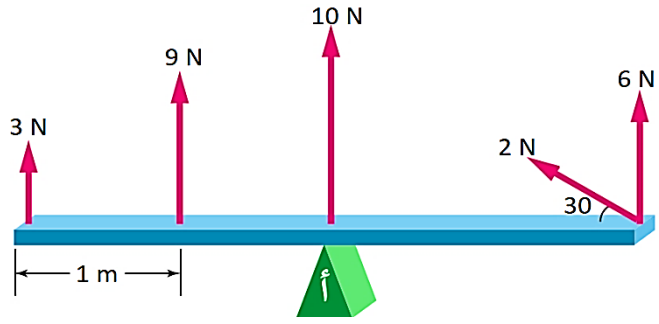
والإشارة السالبة تعني أن الإثر الدوراني المحصل مع عقارب الساعة .

ربطت كتلتان معا بحبل مهمل الكتله ، يمر حول بكره ملساء حره مهمله الكتله ايضا قطرها $30\ cm$ ، فاذا كان مقدار الكتله الاولى 2 Kg ، والكتله الثانيه $3\ Kg$ ، وبدات الكتلتان الحركه من السكون ، فجد العزم المحصل للنظام .

نفرض أن الكتلة الأولى تسبب الدوران عكس عقارب الساعة والكتلة الثانية تسبب الدوران مع عقارب الساعة .

$$\sum \tau = -1.5\ N.m$$

والإشارة السالبة تعني أن الأثر الدوراني مع القوة 30 N .



قضيب طوله (4 m) ، قابل للدوران حول نقطة الارتكاز (أ) عند منتصفه ، وتؤثر فيه القوى المبينة في الشكل ، احسب العزم المحصل لتلك القوى المؤثرة حول النقطة (أ) .

$$\sum \tau = -1\ N.m$$

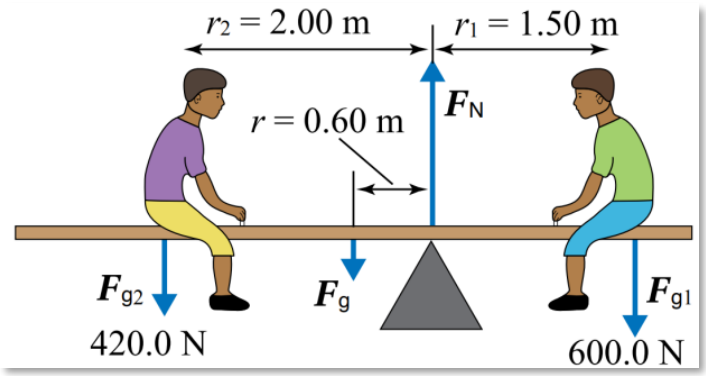
والإشارة السالبة تعني أن الأثر الدوراني المحصل مع عقارب الساعة .

يسحب شخصان حبلين ملفوفين حول إطار كبير . فإذا كان قطر الاطار 2.4 m . ويسحب أحد الشخصين الحبل الأول باتجاه عقارب الساعة بقوة 43 N ، بينما يسحب الشخص الآخر الحبل الثاني في اتجاه معاكس لاتجاه عقارب الساعة بقوة 67 N ، فما محصلة العزم على الاطار .

$$\sum \tau = 28.8\ N.m$$

ملاحظات

والإشارة الموجبة تعني أن الإثر الدوراني المحصل عكس عقارب الساعة .



يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتزان تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه (F_g=300 N) يؤثر في منتصفه ، يرتكز على تبعد (0.6 m) يمين منتصف اللوح الخشبي ، كما هو موضح في الشكل . احسب العزم المحصل على النظام .

$\sum \tau = 120\ N.m$

والإشارة الموجبة تعني أن الإثر الدوراني المحصل عكس عقارب الساعة .

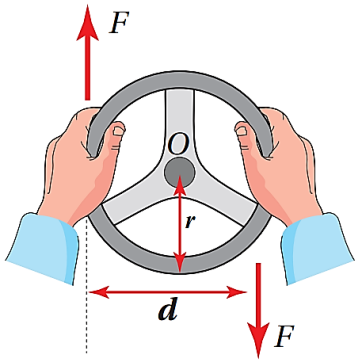
رافعه البناء في الشكل تحتوي على كتله موازنه مقدارها $4000\ Kg$ وتبعد عن محور الرافعه $3\ m$ ، اذا اراد احد الاشخاص رفع الحمل الذي مقدار كتلته $6000\ Kg$ ، ويبعد عن محور الرافعه $5\ m$ ، بين هل تستطيع الرافعه ذلك رياضيا .

$\sum \tau = -1.8 \times 10^5\ N.m$

إذن يكون العزم المحصل مع عقار الساعة ، ولا تستطيع الرافعة رفع الحمل لأنها ستسقط باتجاه الحمل .

عزم الازدواج

يحدث عزم الازدواج عند وجود قوتين متساويتين خطا عملهما لا يلتقيان ويكون محور الدوران في منتصف المسافه بين القوتين



عزم الازدواج : هو ناتج ضرب مقدار احدى القوتين المتساويتين في البعد بينهما .

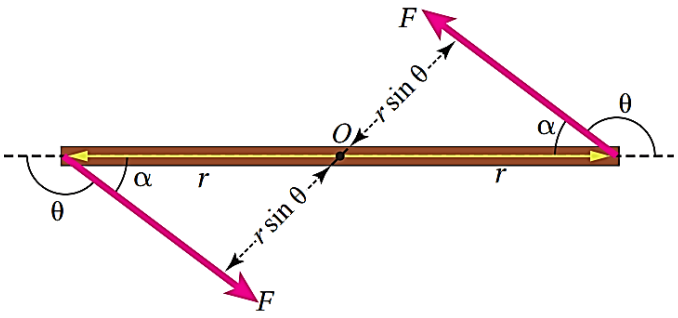
انتبه :

الاشاره السالبه لعزم الازدواج تدل على ان الجسم يدور باتجاه عقارب الساعه والاشاره الموجبه تدل على ان الجسم يدور باتجاه عكس عقارب الساعه .

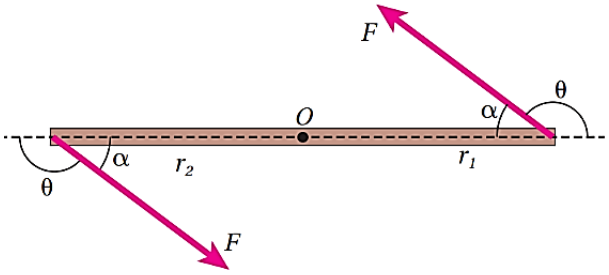
رياضيا :

$$\tau_{couple} = F\ (2r\ sin\theta)$$
$$\tau_{couple} = F\ d\ sin\theta$$

ملاحظات



يكون عزم الازدواج اكبر ما يمكن عندما تكون القوتين عموديتين على متجه موقع القوه ، واقل ما يمكن عندما تكون القوتين موازيتين لمتجه موقع القوه ، وعندها يساوي عزم الازدواج صفرا . ويكون نصف قيمه العظمى عندما تكون الزاويه بين كلتا القوتين ومتجه موقع القوه ($30^o, 150^o$) .



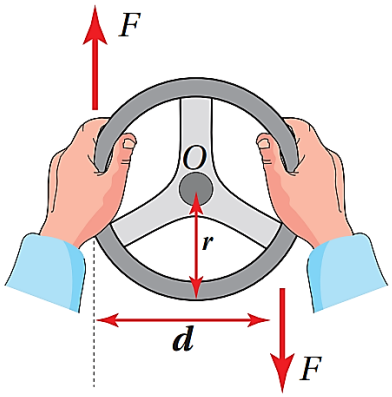
مسطره متريه فلزيه قابله للدوران حول محور ثابت يمر في منتصفها عند النقطه (O) عمودي على مستوى الصفحه ، كما هو موضح في الشكل المجاور . اثر فيها قوتان شكلتا ازدواجا . فاذا علمت ان مقدار كل من القوتين ($80\ N$) ، و مقدار الزاويه (θ) يساوي 143^o احسب :

- مقدار عزم الازدواج المؤثر في المسطره واتجاهه .
- المسافه العموديه بين القوتين .

$\tau_{couple} = 48\ N.m$

اتجاه الدوران عكس اتجاه عقارب الساعة .

$d\ sin\theta = 0.6\ m$

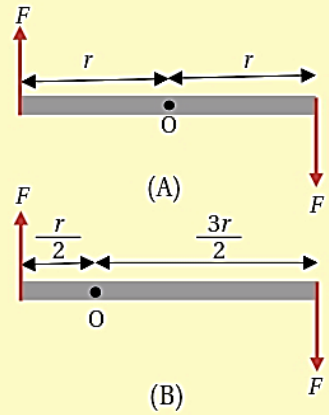


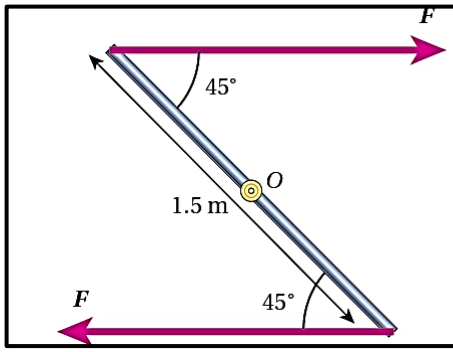
يمثل الشكل مقود سياره نصف قطره $22\ cm$ ، ويؤثر السائق في المقود بكلتا يديه ، بحيث تؤثر كل يد بقوه مقدارها $5\ N$ ، احسب مقدار عزم الازدواج على المقود وحدد اتجاهه .

$\tau_{couple} = -1.1\ N.m$

اتجاه الدوران مع اتجاه عقارب الساعة .

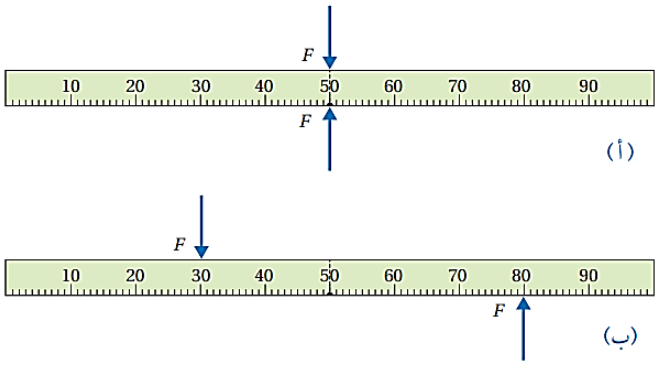
أفكّر: تُشكّل القوتان الموضحتان في الشكل (A) إزداوجًا يعمل على تدوير الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة. إذا تغير موقع محور الدوران ليصبح كما في الشكل (B)، وبثبوت القوتين؛ فهل تعدُّ القوتين إزدواجًا في هذه الحالة؟ وهل يكون العزم المحصل متساويًا في الحالتين؟ أوضح إجابتي رياضيًا.





قوتان تشكلان إزدواجًا وتؤثران بالاتجاهات المثبتة في الشكل (11/ أ)، عند طرفي قضيب فلزّي طوله (1.5 m) قابل للدوران حول محور عمودي على الصفحة ويمر بالنقطة (O) إذا علمتُ أن عزم الإزدواج يساوي (130 N.m)؛ فما مقدار كُلٍّ من القوتين؟ وما اتجاه دوران القضيب؟

الإتزان



في الشكل (أ) : مسطرة مترية (طولها 1 m) موضوعة على سطح طاولة ، وتؤثر فيها قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه في نفس الموقع ، حيث تكون المسطرة متزنة انتقاليا ، لأن القوة المحصلة المؤثرة فيها تساوي صفرا .

في الشكل (ب) : مسطرة مترية (طولها 1 m) موضوعة على سطح طاولة ، وتؤثر فيها قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه في موقعين مختلفين ، حيث تكون المسطرة متزنة انتقاليا ، لأن القوة المحصلة المؤثرة فيها تساوي صفرا . ولكن المسطرة تتحرك حركة دورانية . فيكون العزم المحصل المؤثر فيها لا يساوي صفرا .

يكون الجسم متزنا عندما :

- اتزان انتقالي : عندما يكون الجسم متحركا بسرعة ثابتة أو ساكنا ويدور .
- اتزان دوراني : عندما لا يدور الجسم .
- اتزان سكوني : عندما يكون الجسم ساكنا (لا يتحرك ولا يدور) .

شروط الاتزان السكوني عند تأثير عدة قوى :

- أن تكون القوة المحصلة المؤثرة في الجسم يساوي صفرا ($\Sigma F = 0$) ، ويسمى الاتزان الانتقالي .
- أن يكون العزم المحصل المؤثر في الجسم يساوي صفرا ($\Sigma \tau = 0$) ، ويسمى الاتزان الدوراني .

انتبه :

تتزن النقطة المادية عندما تكون محصلة القوة تساوي صفرا ، أما الجسم الجاسئ يتزن عندما تكون محصلة العزوم تساوي صفرا ومحصلة القوى تساوي صفرا .

ملاحظات

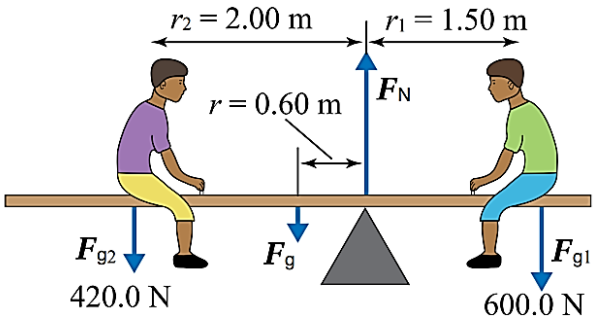
ميز بين شروط الاتزان لنقطة مادية و للجسم الجاسئ .

تتزن النقطة المادية عندما تكون محصلة القوة تساوي صفرا ، أما الجسم الجاسئ يتزن عندما تكون محصلة العزوم تساوي صفرا ومحصلة القوى تساوي صفرا .

قد يقع الجسم تحت تأثير قوى محصلتها صفرا ، لكنه يكون غير متزن . فسر إجابتك ؟

في هذه الحالة يكون الجسم متزنا اتزانا انتقاليا ، فتكون محصلة القوة صفرا ، لكنة غير متزن اتزانا دورانيا ، فتكون محصلة العزوم لا تساوي صفرا .

يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتزان تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه (F_g) يؤثر في منتصفه ، يرتكز على نقطة تبعد (0.6 m) يمين منتصف اللوح الخشبي ، كما هو موضح في الشكل . إذا كان النظام المكون من اللعبة والطفلين في حالة اتزان سكوني واللوح الخشبي في وضع افقي ، ومستعينا بالبيانات المثبتة في الشكل ، احسب مقدار ما يأتي :



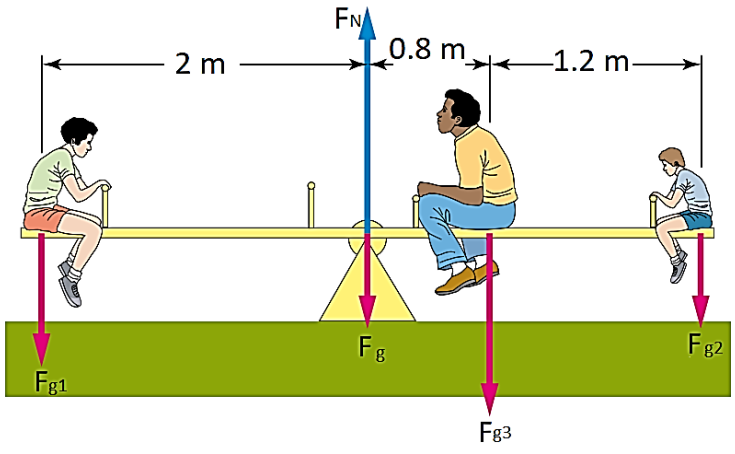
وزن اللون الخشبي (F_g) .

القوة (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي .

$F_g = 100\ N$

$F_N = 1120\ N$

لوح خشبي منتظم وزنه 300 N ، وطوله 4 m ، يرتكز من منتصفه على دعامة ، يجلس عليه ثلاثة أطفال كما في الشكل بما يجعل المجموعة متزنة . إذا علمت أن وزن الطفلين $F_{g1} = 600$ N ، $F_{g2} = 300$ N ، فاحسب :



وزن الطفل F_{g3} .

قوة التلامس العمودية عند نقطة الارتكاز .

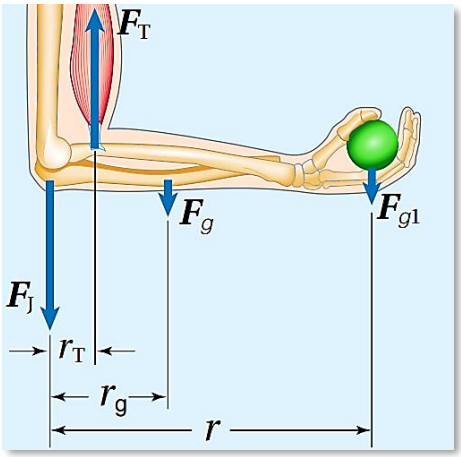
$F_{g3} = -750\ N$

$F_N = 1950\ N$

ملاحظات

ملاحظات

ترفع جمان بيدها ثقلا وزنه (40 N) ، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في ناد رياضي . إذا علمت أن نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد ($r_T = 5\ cm$) عن المرفق ، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه (30 N) ويؤثر على بعد ($r_g = 15\ cm$) عن المرفق ، وبعد نقطة تأثير القوة في اليد ($r = 35\ cm$) عن المرفق ، والساعد متزن أفقيا في الوضع الموضح في الشكل ، فاحسب مقدار ما يأتي :



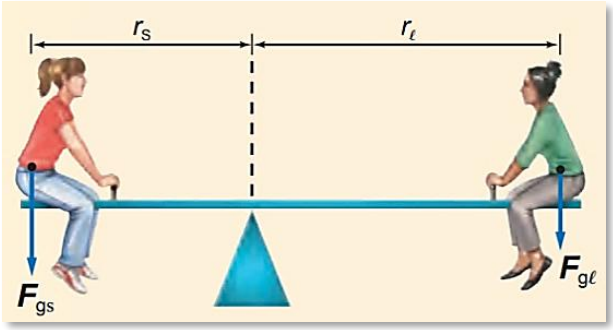
قوة الشد في العضلة (F_T) المؤثرة في الساعد بافتراضها رأسيا لأعلى .

القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد (F_J) .

$F_T = 370\ N$

$F_J = 300\ N$

تلعب سعاد وليلى على لعبة ميزان (السيسو) طولها $1.75\ m$ ، بحيث تحافظان على وضع الاتزان للعبة ، فإذا كانت كتلة سعاد $56\ Kg$ وكتلة ليلى $43\ Kg$ ، فما موضع نقطة الارتكاز عن كل منهما ، بإهمال وزن لوح لعبة الميزان .



$r_S = 0.76\ m = 76\ cm$

$r_l = 0.99\ m = 99\ cm$

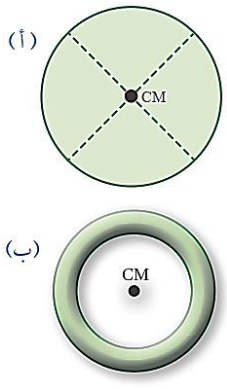
مركز الكتلة

هو النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها ، وقد تقع داخل الجسم أو خارجه .

موقع مركز الكتلة

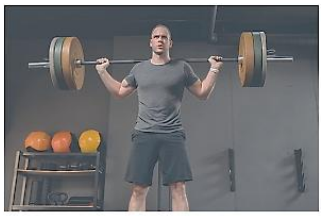
- الجسم غير منتظم الشكل ، يكون مركز الكتلة أقرب إلى المنطقة ذات الكتلة الأكبر
- ينطبق موقع مركز الكتلة في أي جسم متماثل منتظم توزيع الكتلة (متجانس) على مركزه الهندسي .

- يقع مركز كتلة قضيب فلزي منتظم داخله ، وفي منتصف المسافة بين نهايتيه



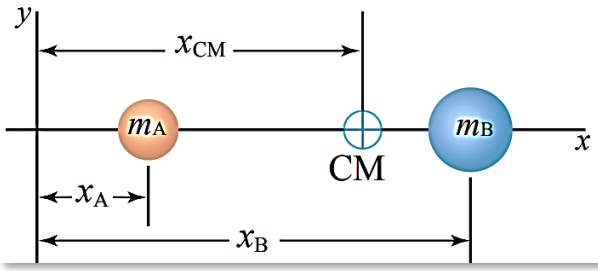
(أ) قرص مصمت أو مجوّف، (ب) حلقة دائرية.

- يقع مركز كتلة مسطرة أو أسطوانة أو كرة أو مكعب في المركز الهندسي لكل منها .
- مركز كتلة كرة مجوفة يقع عند مركزها بالرغم من عدم وجود مادة الكرة عند تلك النقطة .
- مركز كتلة حلقة دائرية يقع في مركزها بالرغم من عدم وجود مادة الحلقة عند تلك النقطة .



يقع مركز كتلة الثقلين المتساويين في منتصف المسافة بينهما.

- عندما يتكون النظام من جسمين متماثلين في الكتلة متصلين ، فإن مركز كتلة النظام يقع عند منتصف المسافة بين الثقلين .
- عندما يتكون النظام من جسمين مختلفين في الكتلة متصلين ، فإن مركز كتلة النظام يقع على الخط الواصل بين الثقلين ، وأقرب إلى الجسم الأكبر كتلة .

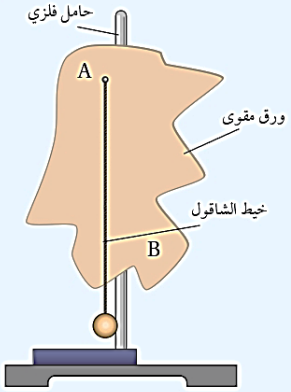


مركز الكتلة لجسيمين مختلفين في الكتلة يقعان على محور x هو (x_{CM})، يكون أقرب للكتلة الأكبر.

انتبه :

يكون الجسم متزنا عند تعليقه من مركز كتلته ، حيث يكون العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرا .

التجربة ١ مركز كتلة جسم غير منتظم الشكل



الموادّ والأدوات: قطعة ورقٍ مقوّى، حامل فلزيّ، قلمُ رصاص، مقصّ، مثقَب، خيطُ الشاقول.

إرشادات السلامة:

ارتداءُ المعطف واستعمال النظّارات الواقية للعينين، والحذرُ من سقوط الأجسام والأدوات على القدمين.

خطواتُ العمل:

بالتعاون مع أفراد مجموعتي؛ أُنفّذ الخطوات الآتية:

1. أقصُّ قطعة الورق المقوّى لأحصل على شكلٍ غيرِ منتظم، وأثقبه عند حافّته ثقوبًا عدّةً صغيرةً متباعدة؛ ثقبان على الأقل عند النقطتين مثل: A و B.
2. **أُجرّب:** أُعلّق قطعة الورق المُقوّى (الشكل غير المنتظم) من أحد الثقبين في الحامل الرأسي، وأُعلّق خيط الشاقول بالحامل الرأسي أيضًا، وأنتظر حتى يستقرّ كلٌّ منهما ويتوقّفُ عن التأرجُح.
3. أرسمُ خطًّا رأسيًّا على قطعة الورق المُقوّى على امتداد خيط الشاقول؛ كما هو موضّحٌ في الشكل.
4. أُكرّر الخطوة السابقة بتعليق قطعة الورق المقوّى من الثقب الآخر.

التحليل والاستنتاج:

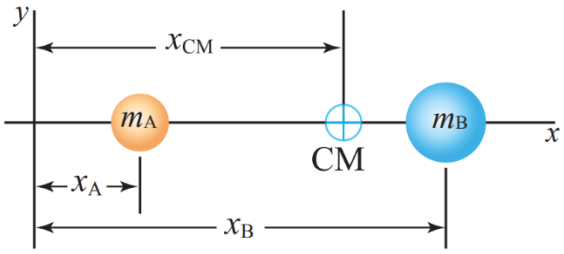
1. **أستنتج:** أُحدّد نقطة تقاطع الخطّين على قطعة الورق المُقوّى، ما الذي تمثّله هذه النقطة؟ ماذا أستنتج؟
2. **أقارنُ** بين موقع مركز الكتلة لجسم غير منتظم الشكل، وآخر منتظم الشكل ومتجانس.
3. **أتوقّعُ** ما يحدث لقطعة الورق المُقوّى غير المُنتظمة عند تعليقها من نقطة تقاطع الخطّين. أُفسر إجابتي.

ملاحظات

ملاحظات

يتم حساب موضع مركز الكتلة لنظام مكون من جسمين أو أكثر رياضيا من العلاقة :

$$X_{CM} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

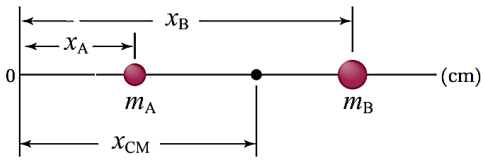


يكون العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفر . كيف يمكنني استخدام هذه الطريقه لتحديد الاحداثي X_{CM} لمركز كتله النظام الموضح في الشكل .

نفرض ان العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفر وان محور الدوران محور ثابت عمودي على مستوى الصفحه يمر بمركز كتله النظام الموضح في الشكل ويكون عزم مركز كتله النظام حول المحور صفرا .

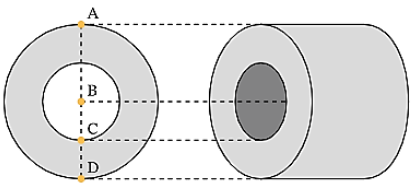
$$\sum \tau_{CM} = 0$$
$$m_A(x_{CM} - x_A) - m_B(x_B - x_{CM}) = 0$$
$$m_A x_{CM} - m_A x_A - m_B x_B + m_B x_{CM} = 0$$
$$x_{CM}(m_A + m_B) = m_A x_A + m_B x_B$$
$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

حدد موضع مركز الكتلة لنظام يتكون من كرتين ($m_A = 1\ Kg$) ، ($m_B = 3\ Kg$) ، كما هو موضح في الشكل ، إذا علمت أن ($X_A = 5\ cm$) و أن ($X_B = 15\ cm$) .



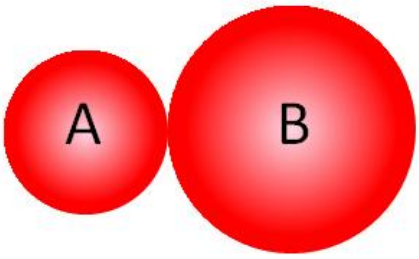
$X_{CM} = 12.5\ cm$

أسطوانة مجوَّفة ذات جدران سميكة، ترتكز على جدارها الخارجي، كما هو موضَّح بالشكل. يتضمَّن الشكل مقطعًا عرضيًّا للأسطوانة موضَّحة عليه النقاط (A ، B ، C ، D) ، أيُّ النقاط تقع على الخط الأفقي الذي يمرُّ بمركز كتلة الأسطوانة ؟



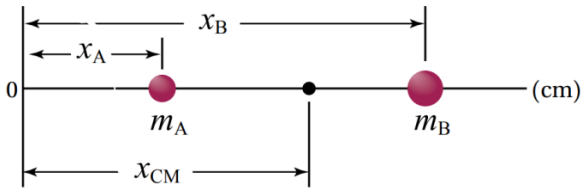
النقطة B هي النقطة التي تقع على المحور الذي يمثل مركز الكتلة

في الشكل المجاور ، نصف قطر الكرة (A) يساوي 4 cm وكتلتها 20 Kg، ونصف قطر الكرة (B) يساوي 12 cm وكتلتها 30 Kg ، أحسب بعد مركز الكتلة عن مركز الكرة (A) .



$X_{CM} = 9.6\ cm$

حدد موضع مركز الكتلة لنظام يتكون من كرتين ($m_A = m_B = 4Kg$) ، كما هو موضح في الشكل ، إذا علمت أن ($X_A = 5\ cm$) و أن ($X_B = 15\ cm$) .



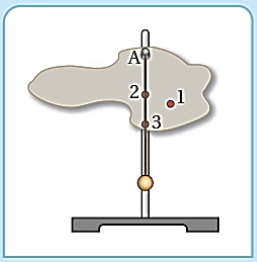
$X_{CM} = 10\ cm$

الربط بالحياة

عند حدوث عدم تماثل في توزيع كتلة إطار السيارة، نتيجة حدوث تآكل في بعض أجزاء الإطار مثلًا؛ فإن مركز كتلة الإطار لا ينطبق مع مركزه الهندسي الذي يمر في محور الدوران، ممّا يسبب اهتزاز إطار السيارة خصوصًا عند السرعات العالية. ولضمان توزيع منتظم لكتلة الإطار حول محور الدوران (بحيث ينطبق مركز كتلته مع مركزه الهندسي)؛ توضع قطع رصاص على الجزء الفلزّي منه، وهذا بدوره يؤدي إلى التخلص من اهتزاز الإطار خصوصًا عند السرعات العالية.

تمرين

أجرت طالبة تجربة مماثلة للتجربة (1)لإيجاد موقع مركز الكتلة لصفيحة غير منتظمة الشكل. حددت الطالبة ثلاث نقاط توقعت أن مركز الكتلة يقع عندها، ثم علقت الصفيحة من النقطة (A) وانتظرت إلى أن توقف الشاقول المعلق عن التأرجح، واستقر كما في الشكل.



أصدر حكما: أي من النقاط الثلاث من المحتمل أن يقع مركز الكتلة عندها؟ أبرر إجابتي.

أقترح خطوة إضافية على الطالبة أن تقوم بها لتحدد موقع مركز الكتلة بدقة.

الجواب :

ملاحظات

مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما الشرطان اللذين يجب أن يتحققا معًا كي يكون الجسم أو النظام متزنًا؟

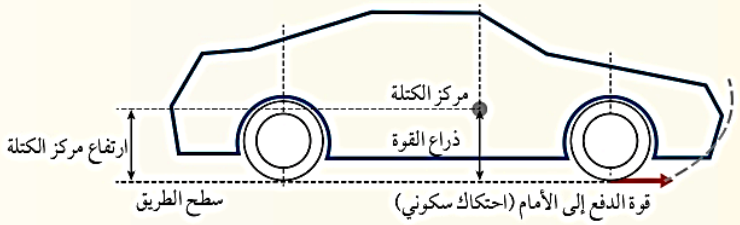
2. أُوضّحُ المقصود بمركز كتلة جسم.

3. **أُفسّرُ:** أثّرت قوًى عدّة في جسم؛ بحيث تمرُّ خطوط عملها في مركز كتلته، وكانت القوّة المحصلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا. هل يكون الجسم مُتّزنًا أم لا؟ أبرر إجابتي.

4. **أُقارنُ** بين الاتّزان السكونيّ والاتّزان الحركي من حيث: القوّة المُحصّلة المؤثّرة، السرعة الخطّية، التسارُع الخطّي.

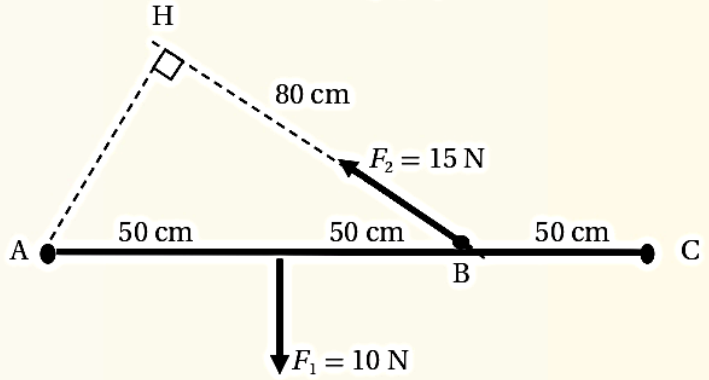
5. **أتوقع:** رأت ذكرى أخاها يحاول فكَّ إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شدٍّ لفكّ الصواميل التي تُثبّت الإطار، لكنه لم يستطع فكّها. أذكر طريقتين -على الأقل- يُمكن أن تقترحهما ذكرى على أخيها لمساعدته على فكّ الصواميل. أُفسّر إجابتي.

6. **التفكير الناقد:** عند انطلاق السيارة بشكل مفاجئ؛ قد ترتفع مقدمتها إلى الأعلى. مستعينًا بالشكل المجاور؛ أفسر سبب ذلك.



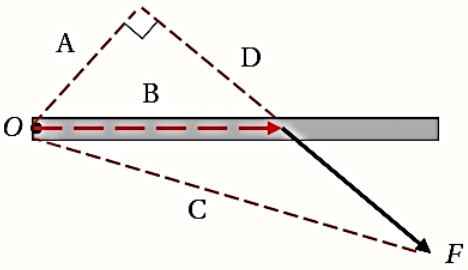
7. **أستخدم الأرقام:** في الشكل المجاور أحسب العزم المحصل للقوى المبينة في الشكل، حول محور دوران عمودي على الصفحة:

أ. يمر بالنقطة (A). ب. يمر بالنقطة (B). جـ. يمر بالنقطة (C).



8. أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة ممّا يأتي:

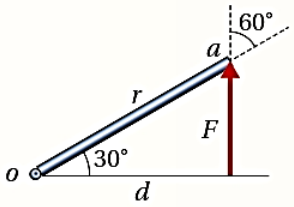
1. يبين الشكل قوة (F) تعمل على تدوير الجسم حول محور يمر بالنقطة (O)؛ فإن ذراع القوة هو الخط المشار إليه بالرمز:



أ. A　　ب. B

جـ. C　　د. D

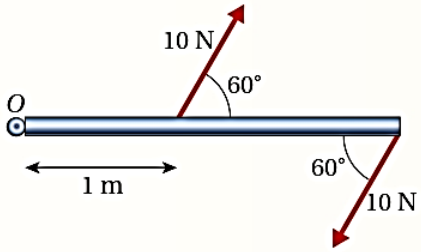
2. يبين الشكل جسمًا قابلًا للدوران حول محور يمرُّ بالنقطة (O)، تؤثر فيه قوة (F) عند النقطة (a). معتمدا على الشكل وبياناته؛ فإن عزم هذه القوة يساوي:



أ. $+rF\sin 150°$　　ب. $-rF\sin 60°$

جـ. $-dF$　　د. $+dF$

3. يبين الشكل المجاور مقطعًا عرضيًا لباب طوله (2.5 m)، ومحورًا دورانه يمر بالنقطة (O). بالاعتماد على البيانات المثبتة على الشكل؛ فإن العزم المحصل المؤثر في الباب بوحدة (N.m):



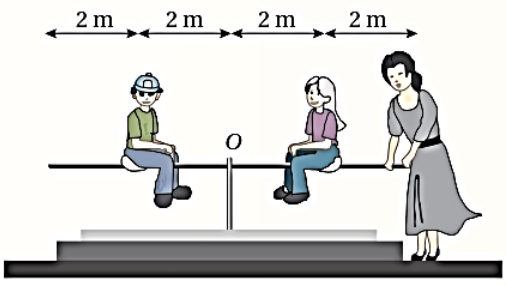
أ. $35\ \sin 60°$، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

ب. $35\ \sin 60°$، مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

جـ. $15\ \sin 120°$، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

د. $15\ \sin 120°$، مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

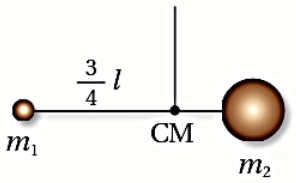
4. تجلس فتاة وأخوها على لعبة (see–saw)، كما هو مبين في الشكل، كتلة الفتاة (40 kg) وكتلة الولد (50 kg). وكي يبقى اللوح متزنًا تمسك الأم بطرف اللوح، وتؤثر فيه بقوة مقدارها واتجاهها:



أ. 50 N، للأعلى.　　ب. 50 N، للأسفل.

جـ. 100 N، للأعلى.　　د. 100 N، للأسفل.

5. يبين الشكل المجاور كرتين كتلتيهما (m_1, m_2)، تتصلان بقضيب فلزّي خفيف كتلته مُهملة وطوله (l)، يتزن النظام عند تعليقه من مركز كتلته الذي يبعد عن الكرة الأولى ($\frac{3}{4}\ l$)، فيكون مقدار كتلة الكرة (m_1):



أ. $\frac{1}{4}\ m_2$　　ب. $\frac{1}{3}\ m_2$

جـ. $\frac{2}{3}\ m_2$　　د. $\frac{3}{4}\ m_2$

الدرس 2

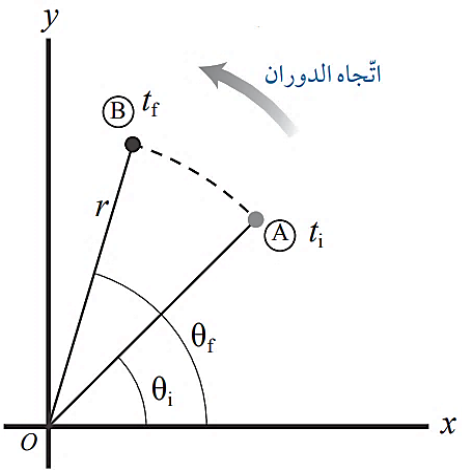
ديناميكا الحركة الدورانية

وصف الحركه الدورانيه

تقسم الحركه في الطبيعه الى قسمين : (انتقاليه ، دورانيه) .

- لوصف الحركه الانتقاليه نستخدم مفاهيم : الازاحه الخطيه والسرعه الخطيه والتسارع الخطي .
- لوصف الحركه الدورانيه نستخدم مفاهيم : الازاحه الزاويه والسرعه الزاويه والتسارع الزاوي .

الازاحه الزاويه



للتعبير عن الازاحه الزاويه يلزم فهم نقطتين ، وهما :

الموقع الزاوي (θ) : هو الزاويه التي يصنعها الخط الواصل بين الجسيم ونقطه الاصل مع الخط المرجعي ($+x$) .

الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) : هي التغير في الموقع الزاوي وهي الزاويه التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم .

انتبه :

تعد الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) موجبه عند الدوران بعكس اتجاه عقارب الساعه .

تعد الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) سالبه عند الدوران باتجاه عقارب الساعه .

يعبر عن الموقع الزاوي وعن الازاحه الزاويه بوحده القياس (rad) وللتحويل :

- من deg إلى rad : نضرب في $\frac{\pi}{180}$.
- من rad إلى deg : نضرب في $\frac{180}{\pi}$.

قانون مهم :

$$\Delta\theta = 2\pi N$$

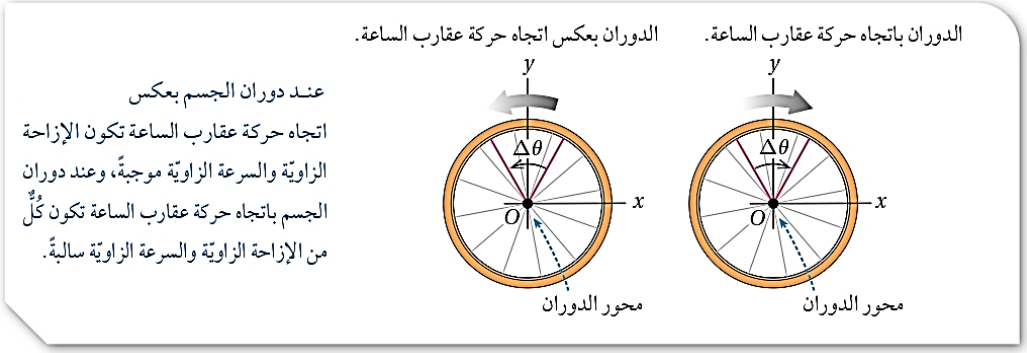
قانون مهم :

$$S = r\,\theta$$

تحسب الإزاحة الزاوية رياضيا بالعلاقة :

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

ملاحظات



يدور جسم من الموقع $\theta = 30^o$ الى الموقع $\theta = 300^o$ مع عقارب الساعه ، احسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta - 90^o = -\frac{\pi}{2} rad$$

يدور جسم من الموقع $\frac{\pi}{3} rad$ الى الموقع $\frac{2\pi}{3} rad$ عكس عقارب الساعه . احسب الازاحه الزاويه .

$$\theta = \frac{\pi}{3} rad$$

يكمل جسم 3.5 دوره مع عقارب الساعة ، احسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta = -7\pi\ rad$$

يدور جسم حول محور دوران بحيث يقطع مسافة 50 m ، فاذا كان نصف قطر مسار الدوران $10\ m$، فاحسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta = 5\ rad$$

تحرك جسم من الموقع ($\theta = 30^o$) إلى الموقع ($\theta = 120^o$) عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ، أوجد :

الازاحة الزاوية .

عدد دورات الجسم .

$$\Delta\theta = 90^o = \frac{\pi}{2} rad$$

$$N = \frac{1}{4} rev$$

السرعة الزاوية

السرعه الزاويه المتوسطه : هي نسبه الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) للجسم الى الفتره الزمنيه (Δt) الذي حدثت خلاله هذه الازاحه . وتعطى بالعلاقه :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- تقاس السرعه الزاويه بوحده rad/s .

انتبه

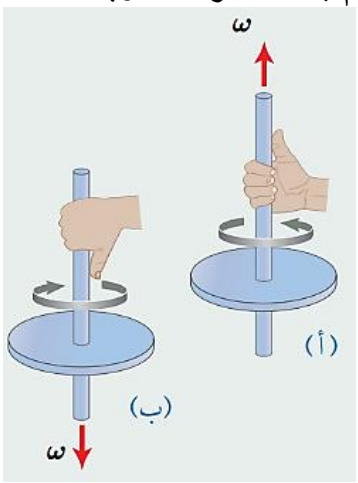
اينما ورد مصطلح السرعه الزاويه في هذه الماده فهذا يعني السرعه الزاويه اللحظيه .

ملاحظات

عند دوران الجسم بعكس اتجاه عقارب الساعه تكون ازاحته الزاويه موجبه ، لذلك تكون سرعته الزاويه موجبه ايضا . اما عند دوران باتجاه حركه عقارب الساعه فان ازاحته الزاويه وسرعته الزاويه سالبتان .

لتحديد اتجاه السرعه الزاويه للجسم نستخدم قبضه اليد اليمنى ، بحيث تشير قبضه اصابع اليد اليمنى الى اتجاه دوران الجسم ، ويشير اتجاه الابهام الى اتجاه السرعه الزاويه كما في الشكل المجاور .

- عند دوران الجسم حول المحور (Z) بعكس اتجاه عقارب الساعه يكون متجه السرعه خارجا من الصفحه ، اما عند دوران الجسم باتجاه حركه عقارب الساعه حول المحور (Z) يكون متجه السرعه داخلا الى الصفحه .
- عند دوران الجسم حول المحور (Y) عكس عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($+Y$) ، وعند دوران الجسم حول المحور (Y) مع حركه عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($-Y$) .
- عند دوران الجسم حول المحور (X) عكس عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($+X$) ، وعند دوران الجسم حول المحور (X) مع حركه عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($-X$) .



انتبه :

كوكب الارض جسم يتحرك حركه دورانيه ، ويكون لاجزائه جميعها الازاحه الزاويه نفسها ، وبالتالي السرعه الزاويه نفسها في حين يقطع كل جزء منها مسافات مختلفه في كل دوره نتيجه اختلاف بعد كل منها عن محور الدوران .

يدور جسم بسرعه زاويه مقدارها ($3.5\ rad/s$) باتجاه عقارب الساعه فاذا كانت سرعته ثابته لمده ($4\ s$) ، فاحسب الازاحه الزاويه للجسم بوحده (rad) وبوحده (deg) .

$\Delta\theta = -14\ rad$

$\Delta\theta - 802.55^o$

يتحرك جسم من الموقع $\frac{\pi}{6}$ الى الموقع $\frac{\pi}{2}$ عكس عقارب الساعه خلال $2\ ms$ ، احسب السرعه الزاويه المتوسطه لهذا الجسم

$\omega = \frac{\pi}{6} \times 10^3 rad/s$

تتحرك سياره على دوار نصف قطره $8\ m$ بحيث تقطع $5\ m$ على الدوار خلال $0.2\ s$ ، احسب السرعه الزاويه للسياره ، ثم احسب السرعة الخطية لها .

$\omega 3.125\ rad/s$

$v = 25\ m/s$

قانون مهم :

$v = r\ \omega$

ملاحظات

يكمل جسم $50\ rev$ خلال ($4\ s$) ، احسب سرعته الزاويه اذا كان الجسم يدور باتجاه عكس عقارب الساعه .

$\Delta\theta = 100\pi\ rad$

$\omega = 25\pi\ rad/s$

اذا كانت السرعه الزاويه للجسم $1.4\ rad/s$ باتجاه عقارب الساعه ودامت حركته $12\ s$ ، فاحسب عدد الدورات التي يحققها هذا الجسم .

$\Delta\theta = 16.8\ rad$

$N = 2.67\ rev$

أوجد سرعة عقرب الدقائق في ساعة الحائط .

$\omega 1.75 \times 10^{-3}\ rad/s$

التسارع الزاوي

التسارع الزاوي : هو نسبه التغير في مقدار السرعه الزاويه الى الزمن اللازم لحدوث هذا التغير ، ويرمز له بالرمز (α) ، ويقاس بوحده (rad/s^2) ، ويعبر عنه رياضيا بالعلاقه الرياضية :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

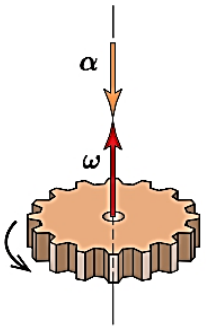
انتبه :

عند دوران جسم بتسارع زاويه ثابت فان تسارعه الزاوي المتوسط يساوي تسارعه الزاوي اللحظي ، وفي هذا الدرس نستخدم مصطلح التسارع الزاوي للاشاره الى التسارع الزاوي اللحظي .

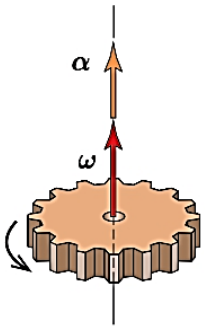
كيف يمكن الاستفاده من اشاره التسارع الزاوي ؟

عندما تكون اشاره التسارع الزاوي α مماثله لاشاره السرعه الزاويه الابتدائيه ω_i فان الجسم يدور بتسارع ، اما عندما تكون اشاره التسارع الزاوي α مخالفه لاشاره السرعه الزاويه ω_i الابتدائيه فان الجسم يدور بتباطؤ .

مُتّجها (α) و (ω) باتجاهين متعاكسين:
السرعة تتناقص.



مُتّجها (α) و (ω) بالاتجاه نفسه:
السرعة تتزايد.



العلاقة بين
متجهي السـرعة الزاويّـة
والتسارُع الزاويّ.

ملاحظات

انتبه :

عندما يدور جسم حول محور ثابت ، فان كل جزء في هذا الجسم يدور بالزاويه نفسها خلال فتره زمنيه معينه ، وبذلك فان لاجزاء الجسم جميعها السرعه الزاويه نفسها والتسارع الزاوي نفسه .

يمكن تمييز الحركه الدورانيه للجسم بأكمله اضافه الى الجسيمات المفرده فيه من خلال التعبير عن :

- الموقع الزاوي .
- السرعه الزاويه .
- التسارع الزاوي .

يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون الى $3 \times 10^3\ rad/s$ خلال 30 s بتسارع زاوي ثابت ، احسب مقدار ما ياتي :

التسارع الزاوي المتوسط .

السرعه الزاويه بعد مرور 20 s من بدء دورانه .

$\alpha 100\ rad/s^2$

$\omega_f = 2 \times 10^3\ rad/s$

يدور اطار سياره بعكس اتجاه حركه عقارب الساعه بسرعه زاويه ثابته مقدارها $2\ rad/s$ مده زمنيه مقدارها $20\ s$ ، ثم يتسارع بعد ذلك بتسارع زاوي ثابت مقداره $3.5\ rad/s^2$ مده زمنيه مقدارها $10\ s$ ، احسب ما ياتي :

الازاحه الزاويه للاطار عند نهايه الفتره الزمنيه لحركته بسرعه زاويه ثابته .

السرعه الزاويه للاطار عند نهايه الفتره الزمنيه لحركته بتسارع زاوي ثابت .

التسارع الخطي للاطار خلال فتره حركته بتسارع زاوي ثابت ، علما بأن نصف قطر المدار $20\ cm$.

$\Delta\theta = 40\ rad$

$\omega_f = 37\ rad/s$

$a = 0.7\ m/s^2$

قانون مهم :

$$a = r\ \alpha$$

عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركه الدورانيه

ينص قانون نيوتن الثاني على انه : اذا اثرت قوه في جسم فانها تكسبه تسارعا يتناسب معها طرديا . وتتم صياغته بالقانون الرياضي :

$$\sum F = m\ a$$

وتمثل الكتله (m) في القانون عزم القصور الذاتي لجسم يتحرك حركه خطيه . وتعني ممانعه الجسم للتغيير في حاله الحركيه الانتقاليه .

عندما يتحرك الجسم حركه دورانيه فإن تسارع الجسم الزاوي يتناسب طرديا مع مقدار العزم المحصل المؤثر فيه . ويعبر عنه رياضيا بالعلاقه :

ملاحظات

$$\sum \tau = I\,\alpha$$

و تقابل هذه الصيغه القانون الثاني لنيوتن في الحركه الانتقاليه . وتمثل (I) عزم القصور الذاتي الدوراني ، ويدل على ممانعه الجسم لتغيير حاله الحركيه الدورانيه .

يحسب عزم القصور الذاتي (I) لجسم نقطي كتلته (m) يبعد مسافه عموديه (r) عن محور الدوران (بحيث لا يكون محور الدوران جزءا من الجسم) باستخدام العلاقه الرياضية :

$$I = m\,r^2$$

ويقاس بوحده $Kg.m^2$ حسب النظام الدولي للوحدات .

انتبه

- يزداد عزم القصور الذاتي الدوراني كلما زاد البعد العمودي عن محور الدوران ، كما يزداد عزم القصور الذاتي الدوراني كلما زادت كتله الجسم .
- كلما كان توزيع الكتله ابعد عن محور الدوران يزداد عزم القصور الذات الدوراني ، فنحتاج قوه اكبر لتدوير الجسم او ايقاف دورانه او تغيير حاله الحركيه الدورانيه .
- يعتمد عزم القصور الذاتي الدوراني على موقع محور الدوران اذا كان داخل الجسم او خارجه او في منتصفه او عند طرفه .

عندما يكون محور الدوران داخل الجسم او ضمن الجسم يلزم استخدام قانون معطى للحل . اما عندما يكون محور الدوران خارج الجسم وليس ضمن الجسم فاننا نستخدم القانون ($I = m\,r^2$) .

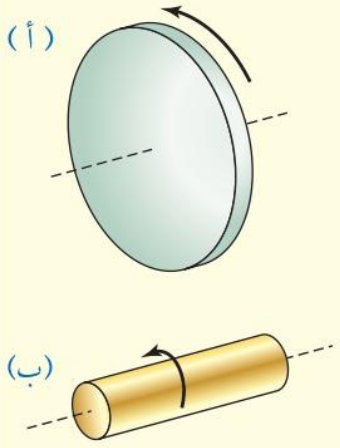
القوه المماسيه : هي القوه التي تؤثر في ابعد نقطه عن محور الدوران وتكون دائما عموديه على محور الدوران . ويحسب عزمها من العلاقه :

$$\sum \tau = F\,r$$

الجدول الاتي يبين عزم القصور الذاتي الدوراني لمجموعه من الاجسام والحالات :

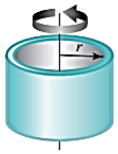
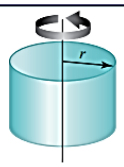
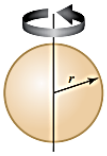
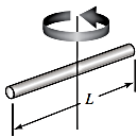
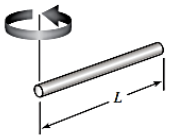
أفكّر: يبين الشكل (24) أسطوانتين (أ) و (ب) متساويتان في الكتلة. مُعتمدًا على الشكل؛ أُجيب عن الاسئلة الآتية، موضّحًا إجابتي:

1. أيهما أصعب؛ تحريك الإسطوانة (أ) أم (ب) بالسرعة الزاويّة نفسها؟
2. أيهما أصعب؛ إيقاف الإسطوانة (أ) أم (ب) عندما تتحركان حركة دورانية بالسرعة الزاوية نفسها؟



: اسطوانتان متساويتان في الكتلة ومختلفتان في نصف القطر.

ملاحظات

الجسم	موضع محور الدوران	الشكل	عزم القصور الذاتي
حلقةٌ رقيقةٌ أو أسطوانةٌ مجوّفة.	يمرّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = mr^2$
أُسطوانةٌ مُصمَتة منتظمةٌ أو قرصٌ دائري.	يمرُّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = \frac{1}{2}mr^2$
كرةٌ مُصمَتة منتظمة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{5}mr^2$
كرةٌ مجوّفة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{3}mr^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه.		$I = \frac{1}{12}mL^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه.		$I = \frac{1}{3}mL^2$

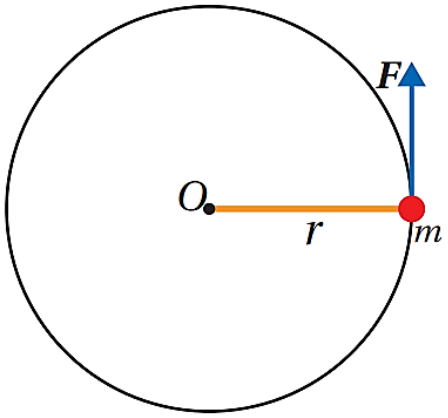
* الجدول ليس للحفظ.

كره كتلتها $3\ Kg$ مثبته في نهايه قضيب فلزي خفيف طوله $0.8\ m$ وتتحرك حركه دورانيه في مستوى افقي حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحه ، يمر في النهايه الاخرى للقضيب بتاثير قوه مماسيه ثابته في المقدار كما هو موضح في الشكل . اذا بدات الكره حركتها من السكون بتسارع زاوي ثابت بحيث اصبح مقدار سرعتها الزاويه $8\pi\ rad/s$ خلال $5\ s$ ، فاحسب مقدار ما ياتي باهمال كتله القضيب الفلزي :

التسارع الزاوي للكره .

العزم المحصل المؤثر على الكره .

القوه المماسيه المؤثره في الكره .



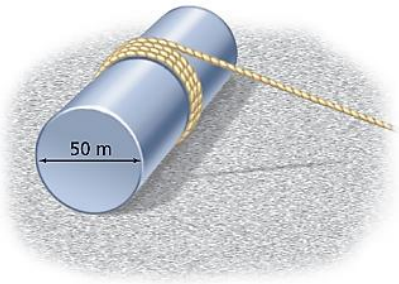
$\alpha = 1.6\pi = 5\ rad/s^2$

$\sum \tau = 9.5\ N.m$

$F = 11.9\ N$

ملاحظات

يوضح الشكل اسطوانه قطرها $50\ m$ في حاله سكون على سطح افقي ، فاذا لف حولها حبل ثم سحب بقوه $100\ N$ واصبحت تدور دون ان تنزلق ، وباعتبار ان كتله الاسطوانه $80\ Kg$:



احسب عزم القصور الذاتي الدوراني للاسطوانه .

احسب عزم الدوران للاسطوانه .

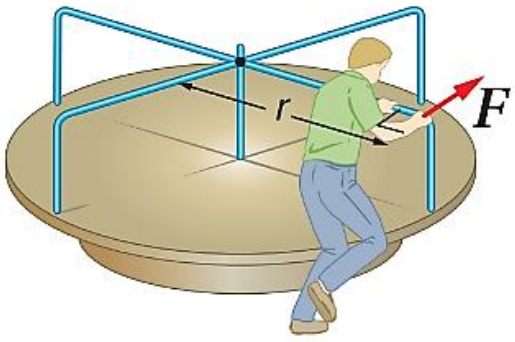
احسب التسارع المركزي للاسطوانه .

$I = 2.5 \times 10^4\ Kg.m^2$

$\sum \tau = 2.5 \times 10^3\ N.m$

$\alpha = 0.1\ rad/s^2$

لعبه القرص الدوار الموضحه في الشكل تتكون من قرص مصمت قابل للدوران حول محور ثابت يمر في مركزه باتجاه محور (Y) ، اثر شخص بقوه مماسيه (F) ثابته في المقدار عند حافه القرص مقدارها ($250\ N$) . اذا علمت ان كتله القرص الدوار $50\ Kg$ ونصف قطره $2\ m$ ، وباهمال قوى الاحتكاك وافتراض قرص اللعبه منتظم توزيع الكتله ، وبدات اللعبه الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت بعكس اتجاه حركه عقارب الساعه . فاحسب مقدار ما ياتي :



العزم المحصل المؤثر في اللعبه .

التسارع الزاوي للعبه .

السرعه الزاويه للعبه بعد $2s$ من بدء دورانها .

التسارع الزاوي للعبه عندما يجلس طفل كتلته $20\ Kg$ على بعد $1.5\ m$ من محور الدوران ، بافتراض الطفل جسيم نقطي .

$\sum \tau = 500\ N.m$

$\alpha = 5\ rad/s^2$

$\omega_f = 10\ rad/s$

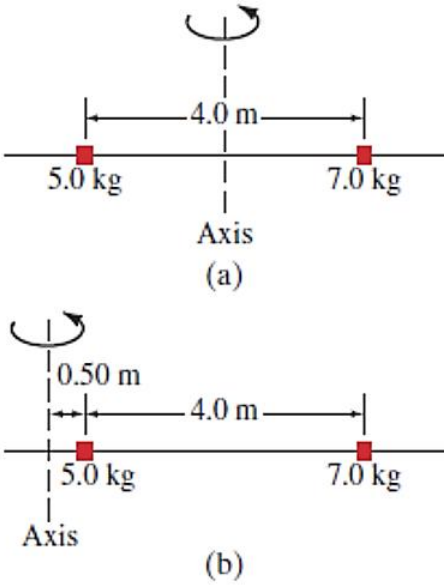
$\alpha = 3.4\ rad/s^2$

ملاحظات

ملاحظات

وضع جسمان كتلتاهما (5 Kg ، 7 Kg) على بعد 4 m على ساق معدني خفيف (مهمل الوزن) كما في الشكل ، احسب القصور الذاتي الدوراني للنظام في الحالات الآتية :

- عندما يدور حول محور في منتصف المسافة بينهما .
- عندما يدور حول محور على بعد (0.5 m) إلى يسار الجسم الذي كتلته (5 Kg) .

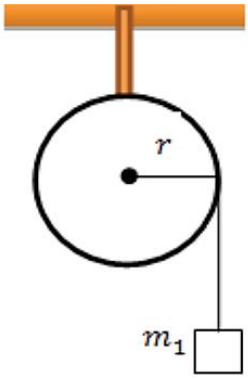


$I_a = 45\ Kg.m^2$

$I_b = 82.25\ Kg.m^2$

يعلق جسم كتلته $m_1 = 2$ Kg بنهاية خيط يمر حول بكرة قابلة للدوران كتلتها $m_2 = 0.5$ Kg ونصف قطرها $r = 0.2\ m$ ، مثبتة بحيث يمكنها الدوران حول محور أفقي يمر من مركزها كما في الشكل ، بإهمال قوة الاحتكاك :

- ما قيمة عزم القوة المؤثرة على البكرة .
- إذا كان عزم القصور الدوراني للبكرة يساوي $\frac{1}{2} mr^2$ ، فما التسارع الزاوي للنظام .



$\sum \tau = -4\ N.m$

$\alpha = -40\ rad/s^2$

القصور الذاتي الدوراني لحجر رحى يساوي (1.6×10^{-3} Kg.m²) . وعند التأثير بعزم دوران ثابت تصل سرعة دورانه إلى 120 rad/s خلال 15 min ، وعلى فرض أن الحجر كان ساكنا قبل بدء الحركة ، احسب كلا من :

- التسارع الزاوي .
- عزم الدوران المؤثر في الحجر .

$\alpha = 0.13\ rad/s^2$

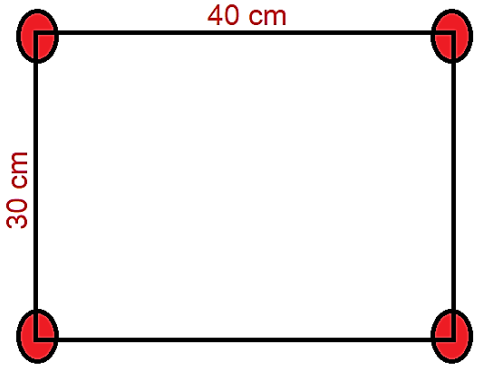
$\sum \tau = 2.1 \times 10^{-4}\ N.m$

كرتان متجانستان مصمتتان لهما الكتلة نفسها ، طول نصف قطر الأولى مثلي طول نصف قطر الثانية ($r_1 = 2\ r_2$) والقصور الدوراني حول محور مار من مركز كل منهما (I_1 , I_2) ، فما قيمة (I_1) بدلالة (I_2) .

$I_1 = 4I_2$

ما القصور الذاتي الدوراني لأربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها (3 Kg) موضوعة على رؤوس مستطيل بعداه (30cm , 40cm) بالنسبة لمحور عمودي على مستواه ويمر في مركزه .

$I = 0.75\ Kg.m^2$



ملاحظات

مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** ما الكمّيات الفيزيائيّة اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟

2. **أستنتج:** السرعة الزاويّة لجسمٍ عند لحظةٍ زمنيةٍ مُعيّنةٍ تساوي $(-3\ \text{rad/s})$، وتسارعُه الزاويّ عند اللحظة نفسها $(-2\ \text{rad/s}^2)$. أُجيب عمّا يأتي:

أ . هل يدور الجسم باتّجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أُفسّر إجابتي.

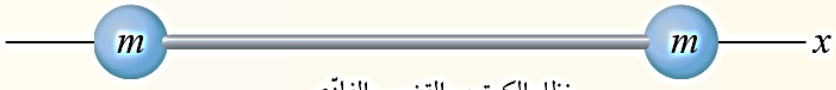
ب. هل يتزايد مقدار سرعته الزاويّة أم يتناقص؟ أُفسّر إجابتي.

3. **أستنتج:** يدور إطار درّاجة بسرعة زاويّة ثابتة حول محورٍ ثابت. هل تتغير السرعة الزاويّة لأجزاء الإطار بالانتقال من داخله إلى حافّته الخارجية؟ أُوضّح إجابتي.

4. علامَ يعتمدُ عزم القصور الذاتي لجسم؟

5. **أستخدم الارقام:** إطار دراجة نصف قطره $(0.5\ \text{m})$ وعزم القصور الذاتي له $(2.0\ \text{kg.m}^2)$، ويدور بسرعة زاويّة ابتدائية $(10\ \text{rad/s})$ باتجاه حركة عقارب الساعة . أثرت في الأطار قوة احتكاك مماسية مقدارها $(8\ \text{N})$ فتوقف عن الحركة. أحسب المدة الزمنية من لحظة تأثير القوة إلى أن توقف الإطار عن الحركة.

6. **أُقارن:** يبين الشكل قضيبًا فلزيًا طوله (L) مهمل الكتلة مثبت في طرفيه كرتين متماثلتين مهملتي الأبعاد. دُوّر النظام حول محور عمودي على مستوى الصفحة يمر في (أ): منتصف القضيب الفلزي، (ب): إحدى الكرتين.
في أي من الحالتين (أ) و (ب) يلزم عزمٌ محصلٌ أكبر لبدء تدوير النظام؟ أفسر إجابتي حسابيًّا.



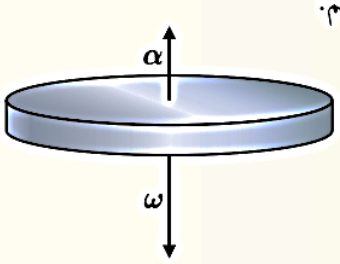
نظام الكرتين والقضيب الفلزّي.

7. **أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة ممّا يأتي:**

1. جسمان متماثلان A و B على سطح الأرض؛ الجسمُ A عند خط الاستواء، والجسم B عند قطبها الشمالي. أيّ ممّا يأتي يُعبِّر بشكلٍ صحيح عن العلاقة بين سرعتي الجسمين الزاويّة؟

أ. $\omega_A < \omega_B$ ب. $\omega_A > \omega_B$ جـ. $\omega_A = \omega_B \neq 0$ د. $\omega_A = \omega_B = 0$

2. يبيّن الشكل المجاور متجهي السرعة الزاويّة (ω) والتسارع الزاويّ (α) لقرص يدور حول محور (y) بالاعتماد على الشكل، وعند النظر إلى القرص من الأعلى، نستنتج أن الجسم:



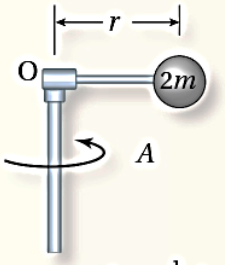
أ . يتسارع، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة.

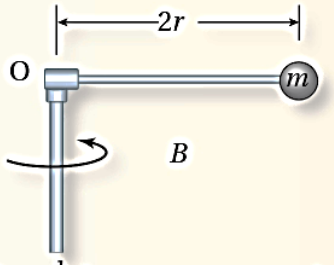
ب. يتباطأ، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة.

جـ. يتسارع، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

د . يتباطأ، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.

3. يبيّنُ الشكلُ كرتين فلزّيتين مهملتي الأبعاد، كتلتيهما ($m_A = 2m$) و ($m_B = m$). تتصل كُلٌّ منهما بقضيب فلزّي كتلته مهملة، وتدوران حول محور يمر بالنقطة (O) كما يبيّن الشكل. العلاقة بين عزمي القصور الذاتي للنظامين:





أ . $I_A = 2I_B$ ب. $I_A = \frac{1}{2} I_B$ جـ. $I_A = \frac{1}{4} I_B$ د. $I_A = I_B$

4. قرص صلب متجانس نصف قطره (1 m) وكتلته (75 kg) قابل للدوران حول محور يمرُّ في مركزه، أثّرت فيه قوة مماسيّة ثابتة؛ فحركته من السكون بتسارع زاويّ ثابت، بحيث أصبحت سرعته الزاويّة (2π rad/s) بعد مرور (2.5 s). فإن مقدار عزم القوة بوحدة (N.m) يساوي:

أ . 56.4 ب. 78.2

جـ. 128.8 د . 94.2

5. كرة مصمتة كتلتها (5.0 kg)، ونصف قطرها (10 cm)، تتحرك حركةً دورانيةً حول محور ثابت يمرُّ في مركزها. فتتغير سرعتُها الزاويّة من (20 rad/s) إلى (40 rad/s) خلال (5 s)؛ إذًا فإنّ مقدار العزم المحصل المؤثر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنية:

أ . 8×10^{-2} N.m ب. $8 \times 10^{+2}$ N.m

جـ. 4×10^{-2} N.m د . $4 \times 10^{+2}$ N.m

الدرس 3

الزخم الزاوي

ملاحظات

الطاقه الحركيه الدورانيه

اي جسم يتحرك حركه انتقاليه فانه يمتلك طاقه حركيه ، تحسب من العلاقه :

$$KE = \frac{1}{2} m\, v^2$$

الجسم الذي يدور فانه لا ينتقل من مكان الى اخر ، ولكنه يمتلك طاقه حركيه دورانيه . وعندما يتحرك الجسم حركه دورانيه حول محور ثابت بسرعه زاويه ثابته (ω) ، فإننا نحسب الطاقه الحركيه الدورانيه لهذا الجسم من العلاقه :

$$KE = \frac{1}{2} I\, \omega^2$$

تقاس الطاقه الحركيه الدورانيه بوحده جول (J) .

علام تعتمد الطاقه الحركيه الدورانيه للجسم ؟ وما وحده قياسها ؟

تعتمد الطاقه الحركيه الدورانيه للجسم على : عزم القصور الذاتي له ، وسرعته الزاويه . وتقاس الطاقه الحركيه الدورانيه بوحده جول (J) .

يتحرك جزيء اكسجين حركه دورانيه حول محور ثابت باتجاه محور (z) عمودي على منتصف المسافه بين ذرتي الاكسجين المكونتين له ، بسرعه زاويه ثابته مقدارها $4.6 \times 10^{12}\ rad/s$ ، اذا علمت ان عزم القصور الذاتي لجزيء الاكسجين حول محور دورانه (z) يساوي $1.95 \times 10^{-46}\ Kg.m^2$ عند درجه حراره الغرفه ، فاحسب مقدار الطاقه الحركيه الدورانيه للجزيء .

$KE = 2.06 \times 10^{-21}\ J$

اذا تغير موقع محور الدوران مع بقاء مقدار السرعه الزاويه ثابتا ، فهل تتغير الطاقه الحركيه الدورانيه ؟

نعم يتغير مقدار الطاقه الحركيه الدورانيه ، لانه بتغير موقع محور الدوران يتغير عزم القصور الذاتي للنظام فتتغير الطاقه الحركيه الدورانيه .

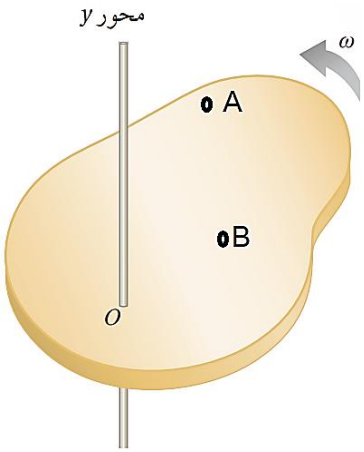
قرص مصمت منتظم متماثل كتلته $2\ Kg$ ونصف قطره 0.5 m يتحرك حركه دورانيه بسرعه زاويه ثابته مقدارها $8\ rad/s$ حول محور ثابت على مركزه ، وباعتبار ان عزم القصور الذاتي الدوراني للقرص ($I = \frac{1}{2} mr^2$) ، احسب الطاقه الحركيه الدورانيه للقرص .

$KE = 8\ J$

جسمان لهما الطاقه الحركية الدورانية نفسها والسرعه الزاوية للاول نصف السرعه الزاوية للثاني ، فما نسبه عزم القصور الذاتي ($I_1 : I_2$) .

$I_1 : I_2 = 4 : 1$

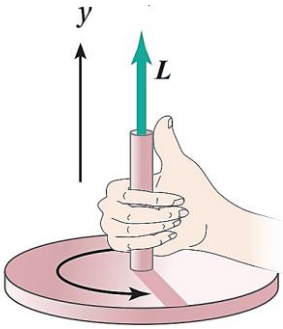
يبين الشكل جسم يدور حول المحور (Y) ، والنقطتان (a , b) تقعان على الجسم :



- هل تمتلك النقطتان السرعه الزاويه نفسها اثناء دوران الجسم .
- هل تمتلك النقطتان الموقع الزاوي نفسه اثناء دوران الجسم .
- هل تمتلك النقطتان التسارع الزاوي نفسه اثناء دوران الجسم .
- هل تمتلك النقطتان الطاقه الحركيه الدورانيه نفسها اثناء دوران الجسم ، باعتبار ان عزم القصور الذاتي الدوراني عند a مساويا لعزم القصور الذاتي الدوراني عند b .

- النقطتان لهما السرعه الزاويه نفسها لانهما ضمن الجسم نفسه .
- لا تمتلك النقطتان الموقع الزاوي نفسه لانهما لا تتصلان على نفس الخط مع المحور .
- النقطتان لهم التسارع الزاوي نفسه اثناء دوران الجسم لانهما تقعان على جسم واحد .
- النقطتان لهما الطاقه الحركيه الدورانيه نفسها لان السرعه الزاويه نفسها للنقطتين وعزم القصور الذاتي الدوراني نفسه للنقطتين .

الزخم الزاوي



يمثل الزخم الزاوي العزم الدوراني الذي نحتاجه لايقاف او تدوير جسم .

الزخم الزاوي : هو ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم او النظام في سرعته الزاويه .

1. الزخم الزاويه كميه متجهه اتجاهها بنفس اتجاه السرعه الزاويه ونستخدم قاعده قبضه اليد اليمنى لتحديد اتجاهه .
2. يقاس الزخم الزاوي بوحده ($Kg.m^2/s$) حسب النظام الدولي للوحدات .

يعطى مقدار الزخم الزاويه لجسم يتحرك حركه دورانيه حول محور ثابت بالعلاقه

$$L = I\ \omega$$

يرتبط الزخم الزاوي مع الطاقه الحركيه الدورانيه بالعلاقه :

$$L = \sqrt{2IKE}$$

ما الزخم الزاوي لسياره كتلتها $900\ Kg$ تدور حول دوار نصف قطره $12\ m$ بسرعه زاويه $5\ rad/s$.

ملاحظات

$L = 6.48 \times 10^5\ Kg.m^2/s$

جسم زخمه الزاوي $200\ Kg.m^2/s$ ، وعزم القصور الذاتي الدوراني له $25\ Kg.m^2$ ، اوجد سرعته الزاويه .

$\omega = 8\ rad/s$

جسم زخمه الزاوي $200\ Kg.m^2/s$ ، وطاقه الحركيه الدورانيه $300\ J$ ، احسب عزم القصور الذاتي الدوراني للجسم .

$I = 66.67\ Kg.m^2$

قرص مصمت نصف قطره $2\ m$ وكتلته $50\ Kg$ ، يدور باتجاه عقارب الساعه بسرعه زاويه $3\ rad/s$ ، اوجد :

- الطاقه الحركيه الدورانيه للقرص
- الزخم الزاوي للقرص

$KE = 450\ J$

$L - 300\ Kg.m^2/s$

مسطره متريه كتلتها $3\ Kg$ ، تدور حول محور في منتصفها من السكون بتسارع زاوي $2.5\ rad/s^2$ ، اوجد الزخم الزاوي للمسطره بعد $3\ s$.

$L = 1.875\ Kg.m^2/s$

قرص مصمت كتلته $40\ Kg$ ونصف قطره $2\ m$ يقف عليه شخص كتلته $60\ Kg$ عند طرف القرص ، فاذا كان محور القرص عموديا عليه ويمر في مركزه ، ويدور القرص بسرعه زاويه ثابته $3\ rad/s$ ، اوجد :

- عزم القصور الذاتي الدوراني للنظام .
- الطاقه الحركيه الدورانيه للقرص .
- الزخم الزاوي للقرص .

$I = 320\ Kg.m^2$

$KE = 1440\ J$

$L = 960\ Kg.m^2/s$

جسم عزم القصور الذاتي الدوراني له $200\ Kg.m^2$ ، يدور بسرعه زاويه $3.25\ rad/s$ ، فاذا تغيرت سرعته الزاويه لتصبح $2\ rad/s$ ، بنفس اتجاهه الاصلي احسب :

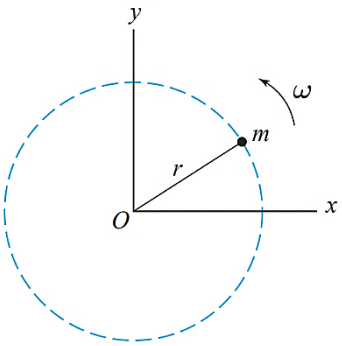
- التغير في الطاقه الحركيه للجسم .
- التغير في الزخم الزاوي للجسم .

$\Delta KE = -656\ J$

$\Delta L = -250\ Kg.m^2/s$

ملاحظات

يتحرك جسيم كتلته $50\ Kg$ ، حول محور ثابت (محور z) عند النقطه (O) في مسار دائري نصف قطره 20 cm ، بسرعه زاويه ثابته مقدارها $5\ rad/s$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعه كما هو موضح في الشكل ، احسب مقدار الزخم الزاوي للجسيم حول هذا المحور . وحدد اتجاهه .



$L = 10\ Kg.m^2/s$

واتجاهه نحو المحور ($+z$)

الزخم الزاوي والعزم

العزم المحصل $\sum \tau$ المؤثر في جسم يتحرك حركه دورانيه حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي $\frac{\Delta L}{\Delta t}$ حول المحور نفسه .

3. العزم المحصل ($\sum \tau$) يسبب تغير الزخم الخطي (ΔL) ، مثل القوه المحصله ($\sum F$) التي تسبب تغير الزخم الخطي (ΔP) .

اثبات قانون :

$$\sum \tau = I\ \alpha = I\ \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{I\omega_f - I\omega_i}{\Delta t} = \frac{L_f - L_i}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

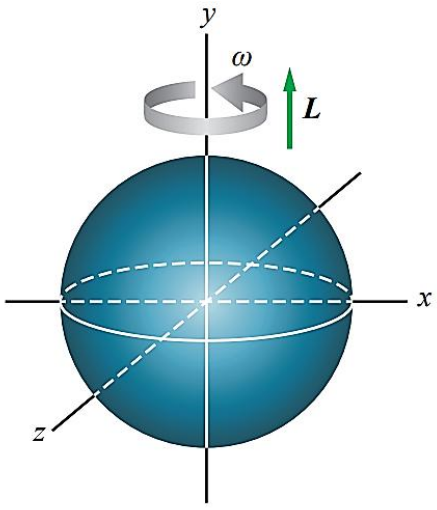
$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

جسم عزم القصور الذاتي له $100\ Kg.m^2$ ، يدور ممتلكا زخما زويا مقداره $350\ Kg.m^2/s$ ، اذا اثر فيه احد العوامل فانعكس اتجاه دورانه خلال $0.6\ s$ ، ليصبح زخمه الزاوي $250\ Kg.m^2/s$ ، احسب عزم الدوران على الجسم .

$\sum \tau = -10^3\ N.m$

والاشارة السالبة تعني أن العزم المحصل عكس اتجاه الدوران الأصلي .

كره مصمته منتظمه متماثله كتلتها $5\ Kg$ ، ونصف قطرها $10\ cm$ ، تتحرك حركه دورانيه حول محور ثابت (محور Y) يمر في مركزها بسرعه زاويه ثابته مقدارها $20\ rad/s$ ، بعكس اتجاه حركه عقارب الساعه عند النظر اليها من الاعلى كما هو موضح في الشكل :



4. احسب مقدار الزخم الزاوي للكره حول هذا المحور . وحدد اتجاهه .
5. اذا تغير مقدار السرعه الزاويه للكره حول محور الدوران نفسه بتسارع زاوي ثابت

ملاحظات

بحيث اصبح $40\ rad/s$ ، خلال $5\ s$ ، فاحسب العزم المحصل المؤثر في الكره خلال هذه الفتره الزمنيه .

$L = 0.4\ Kg.m^2/s$

باتجاه المحور (Y)

$\sum \tau = 0.08\ Kg.m^2/s$

جسم زخمه الزاوي $120\ Kg.m^2/s$ ، اذا فقد 36% من طاقه الحركيه الدورانيه خلال $4\ s$ مع بقاء دورانه بنفس الاتجاه ، احسب :

- التغير في الزخم الزاوي للجسم .
- عزم الدوران للجسم .

$\Delta L = -24\ Kg.m^2/s$

$\sum \tau = -6\ N.m$

يدور جسم باتجاه عقارب الساعه بسرعه زاويه مقدارها $5.5\ rad/s$ ، وخلال $0.5\ s$ ، اصبحت سرعته الزاويه $2\ rad/s$ بعكس اتجاه عقارب الساعه ، فاذا علمت ان عزم القصور الذاتي الدوراني للجسم $12\ Kg.m^2$ ، فاحسب :

- التغير في الزخم الزاويه للجسم .
- عزم الدوران .
- المعدل الزمني للتغير في الطاقه الحركيه .

$\Delta L = 90\ Kg.m^2/s$

$\sum \tau = 180\ N.m$

$\frac{\Delta KE}{\Delta t} = -315\ J/s$

الرّبط بالعلوم الحياتيّة

عندما يرفرف الطائر بجناحيه؛ فإنه يقوم بتدوير الجناحين إلى أعلى وأسفل حول الكتف. يمتلك الطائر الطنان أجنحة صغيرة ذات عزم قصور ذاتي صغير، لذا يستطيع الطائر تحريك جناحيه بسرعة (تصل إلى 70 ذبذبة في الثانية). وعلى النقيض من ذلك فإن النسر لديه أجنحة ضخمة يصعب تحريكها بسبب عزم القصور الذاتي الكبير. يرفرف النسر بأجنحته بمعدل ذبذبة واحدة في الثانية عند الإقلاع، ولكنه في معظم الأوقات يميل إلى التحليق مع ثبات جناحيه.

ملاحظات

حفظ الزخم الزاوي

ينص قانون حفظ الزخم الزاوي على ان : ((الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتا في المقدار والاتجاه نفسه عندما يكون العزم المحصل المؤثر في النظام المعزول صفرا)) .

متى نستخدم قانون حفظ الزخم الزاوي ؟

عندما يكون العزم المحصل المؤثر في النظام المعزول صفرا .

اذا اعيد توزيع كتله النظام المعزول الذي يتحرك حركه دورانيه ، فان عزم القصور الذاتي والسرعه الزاويه للنظام يتغيران ، بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابتا . وعليه فان :

$$L_i = L_f$$
$$I_i \omega_i = I_f \omega_f$$

يبين الشكل المجاور متزلجا يدور بسرعه زاويه على ارض جليديه . بين ماذا يحدث للسرعه الزاويه للمتزلج عندما يضم ذراعيه الى صدره ؟

عندما يقوم المتزلج بضم ذراعيه الى صدره ، يقترب توزيع الكتله من محور الدوران ، فيقل عزم القصور الذاتي الدوراني ، مع بقاء الزخم الزاوي ثابتا ، فتزداد السرعه الزاويه للمتزلج .

ثلاثه اطفال كتلهم (32 Kg , 28 Kg , 20 Kg) ، يقفون عند حافه لعبه دواره على شكل قرص دائري منتظم كتلته (100 Kg) ونصف قطره (2 m) ويدور بسرعه زاويه ثابته مقدارها (2 rad/s) حول محور دوران ثابت عمودي على سطح القرص ، ويمر في مركزه باتجاه محور (Y) ، تحرك الطفل الذي كتلته (20 Kg) ووقف عند مركز القرص ، احسب مقدار السرعه الزاويه الجديده للعبه الدواره .

$\omega_f = 2.37\ rad/s$

يقف ولد كتلته (45 Kg) على حافه قرص دوار كتلته (200 Kg) ونصف قطره (3 m) ، ويدور هذا القرص بسرعه زاويه ثابته مقدارها (4 rad/s) . احسب السرعه الزاويه للقرص الدوار حين يصبح الولد على بعد (1.5 m) من محور القرص .

$\omega_f = 5.21\ rad/s$

يدور قرصان منفصلان حول محور واحد اذا كان القصور الذاتي الدوراني للقرص الاول هو (I) ويدور بسرعه زاويه (ω) ، وللقرص الثاني يكون عزم القصور الذاتي ($2I$) ويدور بسرعه زاويه (2ω) بنفس اتجاه دوران القرص الاول ، اذا دفع القرصين ببطء حتى التحما ، فما السرعه الزاويه التي سيدور بها القرصان معا .

$\omega_f = 1.67\omega$

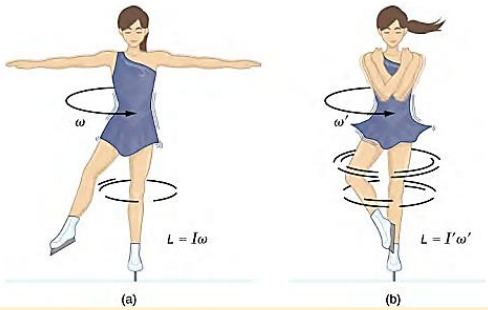
ملاحظات

ملاحظات

تدور متزلجه على الجليد حول نفسها بذراعين مفتوحتين بمعدل $1.9\ rav/s$ ، فيكون القصور الذاتي لها $13.3\ Kg.m^2$ ، اذا ضمت ذراعيها بعد ذلك بهدف زياده سرعه دورانها حول نفسها فاصبح القصور الذاتي لها $4.8\ Kg.m^2$ ، فكم تصبح سرعتها الزاويه .

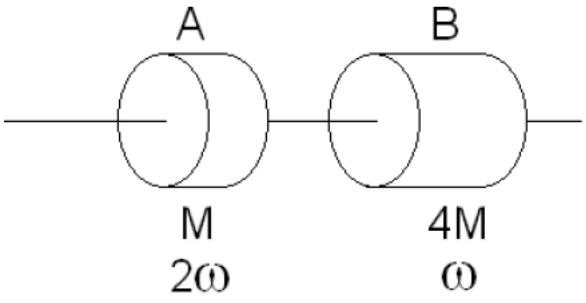
$\omega_f = 33.1\ rad/s$

يبين الشكل راقصه باليه تدور على المسرح بسرعه زاويه (2 rad/s) ويديها ممدودتان ، اذا قامت الراقصه بثني يديها الى صدرها وقدمها بالقرب من محور دورانها ، وباعتبار ان عزم القصور الذاتي الدوراني لها ويديها ممدودتان $200\ Kg.m^2$ ، وعندما تقوم بضم يديها $160\ Kg.m^2$ ، احسب الزخم الزاويه الدوراني للراقصه سرعه الراقصه عندما تقوم بضم يديها .



$\omega_f = 2.5\ rad/s$

الشكل المجاور A تمثل اسطوانه دواره كتلتها M تدور بسرعه 2ω ، و B اسطوانه دواره كتلتها 4M تدور بسرعه ω باتجاه يعاكس A ، فاذا كان نصف قطر كل من الاسطوانتين r ، واتصلتا معا اثناء دورانهما . فكم تصبح سرعه المنظومه .

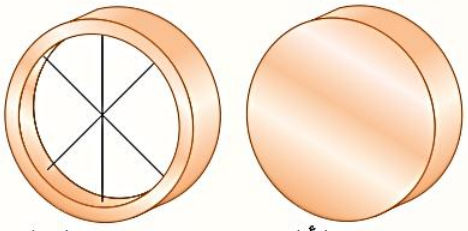


$\omega_f = -0.4\ \omega$

مراجعة الدرس

1. **الفكرة الرئيسة:** أقارن بين الكميات الخطية الآتية وما يناظرها في الحركة الدورانية:
الطاقة الحركية الخطية، القانون الثاني لنيوتن، الزخم الخطي، حفظ الزخم الخطي.

2. يبيّنُ الشكل المجاور أُسطوانتين إحداهما مُصمَتةٌ والأُخرى مجوّفة، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاويّة، وتدوران حول محورٍ ثابتٍ عمودي على المركز الهندسي لكلٍّ منهما. أجيب عن الاسئلة الآتية:



أ . **أُقارنُ** بين الزخَم الزاويّ للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

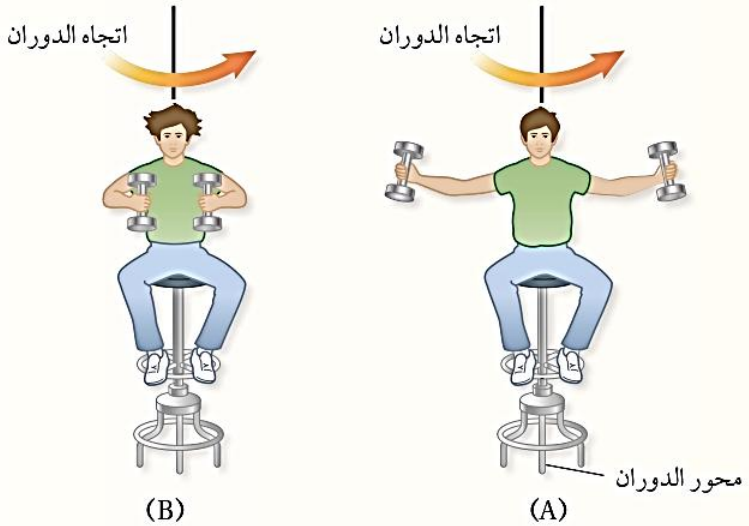
ب. **أُقارنُ** بين الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي.

جـ. **أستخدم الأرقام:** أحسب مقدار السرعة الزاويّة الثابتة للأسطوانة (أ) عندما تكون طاقتها الحركية الدورانية (32 J). علما بأن كتلتها (2.0 kg)، ونصف قطرها (0.50 m).

3. **التفكير الناقد:** يجلس طالبٌ على كرسيٍّ قابلٍ للدوران حول محورٍ رأسي، ويُمسك ثقلًا بكلِّ يدٍ. بدايةً؛ يدور الطالب والكرسيُّ بسرعةٍ زاويّة (ω_i) ويداه ممدودتان، كما هو موضّحٌ في الشكل A، فيكون عزم القصور الذاتي للنظام (I) طلب المعلّم من الطالب ضمّ ذراعيه؛ كما في الشكل B؛ فأصبحت سرعة الزاوية النهائية (5) أضعاف سرعته الزاويّة الابتدائية. أجيب عن الأسئلة الآتية:

أ . ما سبب الزيادة في السرعة الزاويّة؟

ب. أجد نسبة الطاقة الحركية الدورانية النهائية إلى الطاقة الحركية الدورانية الابتدائية.



4. أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة ممّا يأتي:

1. أُسطوانتان متساويتان في الكتلة، ونصف قطر الأُسطوانة الثانية ثلاثة أضعاف الأولى. تدور كُلٌّ منهما حول محور يمرُّ في مركزها بالسرعة الزاويّة نفسها. فإنّ النسبة بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية لهما $\left(\frac{KE_1}{KE_2}\right)$ تكون:

أ. 9 ب. 3 جـ. $\frac{1}{3}$ د. $\frac{1}{9}$

2. يقف ثلاثة أطفال متساوين في الكتلة عند حافة لعبة دوّارة على شكل قرص دائري منتظم، تدور اللعبة بسرعة زاويّة ثابتة حول محور ثابت عمودي على سطح القرص ويمرُّ في مركزه. إذا اقترب أحد الأطفال من مركز القرص؛ فإن مايحدث لكُلٍّ من مقداري السرعة الزاويّة (ω)، والزخم الزاوي (L):

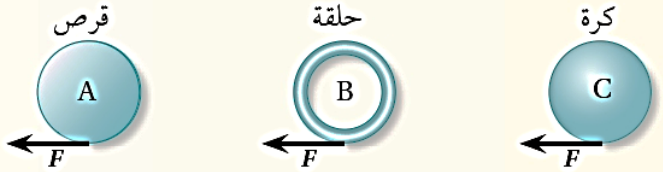
أ. ω يزداد، L يقل. ب. ω يقل، L يزداد.

جـ. ω يزداد، L يبقى ثابت. د. ω يقل، L يبقى ثابت.

3. تقف فتاةٌ كتلتها (50 kg) على طرف لعبة قرص دوّار نصف قطره (4 m)؛ فيكون عزم القصور الذاتي للنظام المكوّن منهما ($2400\ kg.m^2$)، ويدور النظام بزخم زاويّ مقداره ($4800\ kg.m^2/s$)، إذا تحركت الفتاة لتصبح على بعد (2 m) من محور اللعبة؛ فإن السرعة الزاويّة للعبة بوحدة (rad/s) تساوي:

أ. 2 ب. 2.4 جـ. 2.67 د. 4

* يبين الشكل كرةً مصمتةً وحلقةً وقرصًا تتساوى في نصف القطر والكتلة. أثّرت في الأجسام الثلاثة قوًى مماسية متساوية فحركتها من السكون ، حول محور ثابت يمر في مركز كل منها عموديا عليه. معتمدا على البيانات المثبتة في الشكل أجيب عن الفقرتين الآتيين:



4. العبارة الصحيحة التي تصف الزخم الزاويّ للأجسام الثلاثة بعد مدة من الزمن:

أ. الكرة المصمتة لها أكبر زخم زاوي. ب. الحلقة لها أكبر زخم زاوي

جـ. القرص له أكبر زخم زاوي. د. الأجسام الثلاثة متساوية في الزخم الزاوي.

5. الترتيب التنازلي للسرعة الزاويّة للأجسام الثلاثة بعد مدة من الزمن:

أ. $\omega_A > \omega_B > \omega_C$ ب. $\omega_A > \omega_C > \omega_B$

جـ. $\omega_C > \omega_A > \omega_B$ د. $\omega_B > \omega_A > \omega_C$

الإثراء والتوسّع

اتّزان الجسور

Equilibrium of Bridges

جسر عبدون

يتطلّب بناءُ المنشآت -من جسور وسدودٍ ومبانٍ إلى ناطحات السحاب- من المصمّمين والمهندسين المعماريين تحديدَ القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبها؛ للمحافظة عليها ثابتةً ومتزنةً سكونيًّا وعدم انهيارها. ويُعنَى الاتّزان السكونيّ بحساب القوى المؤثّرة في هذه الهياكل والتراكيب، لتحديد إذا كانت قادرة على تحمّل هذه القوى دونَ حدوث تشوّهٍ أو تصدّعٍ أو كسرٍ فيها.

تصمم الجسور بأشكال مختلفة، ويتعرض كلٌّ منها لقوًى مختلفةٍ تؤثّر في مكوّناته، تعمل على شدّها أو ضغطها. إذ تؤثّر فيها قوى ضغطٍ تجعلُها تنكمش وتتقلّص، وقوى شدٍّ تجعلُها تتمدّد ويزداد طولها؛ كما هو موضّحٌ في الشكل؛ لذا يجب أخذ هذه القوى في الحسبان عند تصميم أي جسر؛ كي لا يتعرّض إلى التصدُّع والالتواء والانكماش، لعدم مقدرته على تحمّلها، وإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بالشكل الذي يمنع تمركُزَها في منطقةٍ واحدة.

لرسم أفضل التصاميم وتنفيذها باستخدام المواد المناسبة؛ يراعي المصمّمون والمهندسون المعماريون في مراحل تصميم الجسور المختلفة وإنشائها تحقيقَ شرطي الاتّزان في مكوناتها جميعًا. ولتكون الجسورُ أنظمةً متّزنةً؛ يجب أخذُ قياساتٍ دقيقةً مضبوطةً لهذه القوى ومواقع دعامات الجسر والمسافات بينها ومقدار أكبر ثقل يُمكن أن يتحمّله الجسر دون أن ينهار.

ماذا يعني "اتزان الجسور"؟

يعني اتزان الجسور توزيع القوى على الهيكل بشكل متوازن يضمن استقرار الجسر.

من هم الأشخاص المعنيون بتصميم الجسور؟

المهندسون والمعماريون.

ما هي القوى التي تؤثر على الجسر؟

القوى المؤثرة تشمل الجاذبية، القوى المؤثرة من حركة المركبات، وكذلك القوى الناتجة عن الرياح.

ماذا يحدث إذا كانت القوى غير متوازنة على الجسر؟

إذا كانت القوى غير متوازنة، قد يتسبب ذلك في انهيار الجسر أو حدوث تشوهات في هيكله.

كيف يقوم المهندسون بتوزيع القوى على الجسر؟

يتم توزيع القوى بشكل يضمن توازن القوى المؤثرة على الجسر باستخدام تصاميم هندسية معقدة ومتوازنة.

ما هو الهدف من توزيع القوى بشكل متوازن على الجسر؟

الهدف هو ضمان استقرار الجسر وابقاءه في حالة توازن أثناء تحمل الأحمال المؤثرة عليه.

كيف يساعد التصميم الهندسي للجسر في اتزانه؟

التصميم الهندسي يساعد في ضمان توزيع القوى بشكل متساوٍ من خلال اختيار الأشكال التي تتحمل هذه القوى وتوزعها بشكل فعال.

ما هي الوظيفة الرئيسية للكابلات في الجسر؟

الكابلات تعمل على نقل القوى المؤثرة على الجسر إلى الأعمدة أو الأسس.

ما هي أهمية اختيار التصميم المناسب للجسر؟

اختيار التصميم المناسب مهم لأنه يساعد في توزيع القوى بشكل فعال وبالتالي يساهم في استقرار الجسر وعدم انهياره.

ما الذي يمكن أن يحدث إذا تم تصميم الجسر بشكل خاطئ؟

ملاحظات

إذا تم تصميم الجسر بشكل غير صحيح، قد يسبب ذلك في اختلال توازن القوى، مما يؤدي إلى انهيار أو تلف الجسر.

ما هي العوامل التي يجب أخذها في الاعتبار أثناء تصميم الجسر؟

العوامل تشمل القوى المؤثرة على الجسر مثل حركة المرور، الرياح، والأحمال المختلفة، بالإضافة إلى الظروف البيئية.

هل يمكن بناء الجسر بدون مراعاة توازن القوى؟

لا، بناء جسر دون مراعاة توازن القوى قد يؤدي إلى فشل الجسر.

كيف تؤثر حركة المركبات على الجسر؟

حركة المركبات تؤثر على الجسر من خلال إضافة أحمال متغيرة قد تخلق قوى غير متوازنة على الهيكل.

ما هو دور المعماريين في تصميم الجسور؟

المعماريون يشاركون في تصميم الجسر من الناحية الجمالية والتخطيطية، بينما يركز المهندسون على النواحي الفنية والهندسية لضمان استقرار الجسر.

ملاحظات

مراجعة الوحدة

1. أضعُ دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة لكلّ جملة ممّا يأتي:

1. وحدة قياس الزخَم الزاويّ حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ. $N.m/s$ ب. $kg.m/s$ جـ. N/s د. $kg.m^2/s$

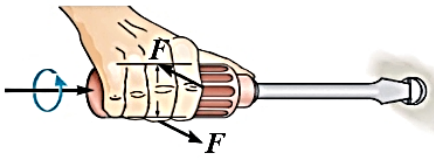
2. وحدة قياس عزم القصور الذاتي حسب النظام الدولي للوحدات هي:

أ. $N.m/s$ ب. $kg.m^2$ جـ. $kg.m^2/s$ د. $kg.m/s$

3. قرص منتظم الشكل يدور حول محور (z) باتجاه حركة عقارب الساعة بتسارع زاوي ثابت، إذا كان مقدار سرعته الزاوية عند لحظة ما ($3.5\ rad/s$)، وبعد مرور ($5\ s$) أصبح مقدار سرعته ($4.5\ rad/s$) وبالاتجاه نفسه، فإن تسارعه الزاوي مقدارًا واتّجاهًا:

أ. $1.6\ rad/s^2, +z$ ب. $1.6\ rad/s^2, -z$ جـ. $0.2\ rad/s^2, +z$ د. $0.2\ rad/s^2, -z$

4. تستخدم سلمى -كما يُبيّن الشكل- مِفكّ براغي لفكّ برغيٍّ ولم تتمكّن من ذلك. يجب على سلمى استخدام مفكّ آخر يكون مقبضه:

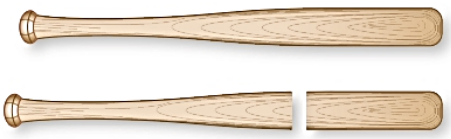


أ . أطولَ من مقبض المفكّ المستخدم.
ب. أقصرَ من مقبض المفكّ المستخدم.
جـ. أكثرَ سُمكًا من سُمك المقبض المستخدم.
د. أقلَّ سُمكًا من سُمك المقبض المستخدم.

5. يستخدمُ خالدٌ -كما يُبيّن الشكل- مفتاح شدٍّ لفكِّ صامولة إطار سيارة ولم يتمكّن من ذلك. يجب على خالد استخدام مفتاح شدٍّ يكون مقبضه:

أ .أطولَ من مقبض مفتاح الشدّ المستخدم.
ب. أقصرَ من مقبض مفتاح الشدّ المستخدم.
جـ. أكثرَ سُمكًا من سُمك مفتاح الشدّ المستخدم.
د. أقل سُمكًا من سُمك مفتاح الشدّ المستخدم.

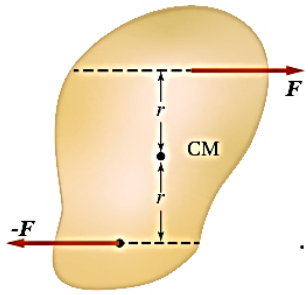
6. كُسر مَضرب بيسبولٍ منتظم الكثافة في موقع مركز كتلته إلى جزأين؛ كما هو موضّحٌ في الشكل. إنّ الجزء ذا الكتلة الأصغر هو:



أ . الجزء الموجود على اليمين.
ب. الجزء الموجود على اليسار.
جـ. كلا الجزأين له الكتلة نفسُها.
د . لا يمكن تحديده.

مراجعة الوحدة

7. الشكل المجاور يبيّن قوّتين متساويتين مقدارًا ومتعاكستين اتجاهًا تؤثّران على بُعدٍ متساوٍ من مركز كتلة جسمٍ موجودٍ على سطحٍ أملس. أيُّ الجمل الآتية تصفُ بشكلٍ صحيحٍ حالة الجسم الحركيّة عند اللحظة المُبيّنة؟



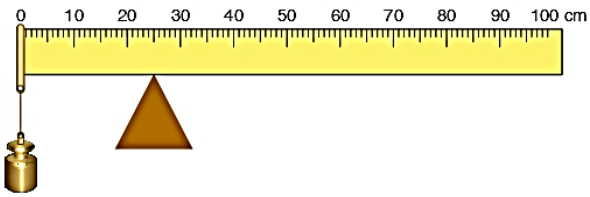
أ. الجسم في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ؛ حيث القوّة المحصّلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا.

ب. الجسم ليس في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ، ويبدأ الدوران بعكس اتّجاه حركة عقارب الساعة.

جـ. الجسم في حالة اتّزانٍ سكونيٍّ، حيث العزم المحصّل المؤثّر فيه يساوي صفرًا.

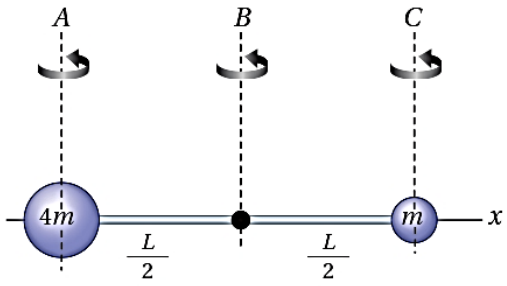
د. الجسم ليس في حالة اتّزان سكونيٍّ، ويبدأ الدوران باتّجاه حركة عقارب الساعة.

8. مسطرةٌ مترِيّـةٌ مُنتظمـةٌ متماثلـةٌ ترتَكزُ على نقطـةٍ عند التدريج (25 cm). عُلّـق ثقْل كتلتُه (m) عنـد التدريـج (0 cm) للمسطرة، فاتّزنت أُفقيـًّا، كما هو موضّحٌ في الشكل المجـاور. إنّ كتلة المسطرة تساوي:



أ. m ب. $0.5\ m$ جـ. $0.4\ m$ د. $0.2\ m$

9. قضيبٌ فلزيّ خفيف مهمل الكتلة، طوله (L)، ثُبّتت على طرفيه كُرتان نُقطيتان كتلتاهما $(m, 4m)$، كما في الشكل المجاور. (A, B, C) ثلاثة محاور يمكن للنظام أن يدور حولها. إذًا يكون عزم القصور الذاتي للنظام أكبر ما يمكن عند دورانه حول:



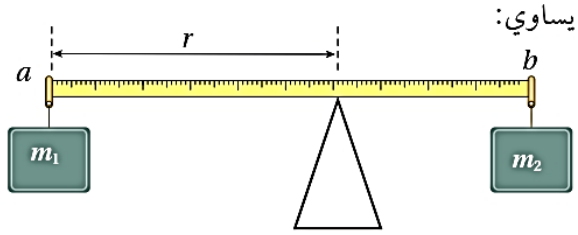
أ. المحور (A).

ب. المحور (B).

جـ. المحور (C).

د. عزم القصور الذاتي متساو في الحالات الثلاثة.

10. يبين الشكل مسطرةً مترِيّةً مُنتظمةً كتلتها مهملة، ومعلق بطرفيها (a) و (b) ثقلين كتلتيهما (m_1) و (m_2). كي تتزن المسطرة؛ فإن بُعدَ نقطة الارتكاز (r) عن الطرف (a) يساوي:



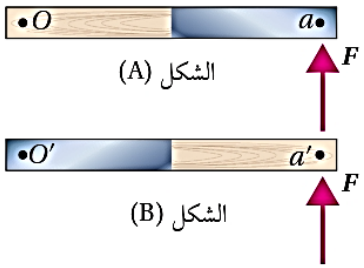
أ. $\frac{m_2}{m_2+m_1}$ ب. $\frac{m_1+m_2}{m_2}$

جـ. $\frac{1}{m_1-m_2}$ د. m_1-m_2

مراجعة الوحدة

أقرأ الفقرة الآتية، ثم أُجيب عن السؤالين (11 و 12).

* يوضّح الشكل المجاور مسطرةً مترية نصفُها خشبٌ ونصفُها الآخر فولاذ. في الشكل (A) المسطرةُ قابلةٌ للدوران حول محورٍ عموديٍّ عليها عند نهايتها الخشبيّة (النقطة O)، وأثرتُ فيها بقوة (F) عند نهايتها الفولاذية (النقطة a). وفي الشكل (B) جعلتُ المسطرة قابلةً للدوران حول محورٍ عموديٍّ عليها عند نهايتها الفولاذيّة (النقطة O`)، وأثرتُ فيها بالقوة ($F$) نفسها عند نهايتها الخشبية (النقطة $a$`).



11. العلاقتان الصحيحتان اللتان تصفان عزم القصور الذاتي، والتسارع الزاويّ للمسطرتين حول محوري دورانيهما:

أ. $I_A > I_B , \alpha_A > \alpha_B$ ب. $I_A < I_B , \alpha_A > \alpha_B$ جـ. $I_A > I_B , \alpha_A < \alpha_B$ د. $I_A = I_B , \alpha_A = \alpha_B$

12. باستخدام القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية، وإذا علمت أن المسطرتين بدأتا الدوران من السكون؛ فإن الجملة الصحيحة التي تصف الزخم الزاوي للمسطرتين بعد مدة من الزمن:

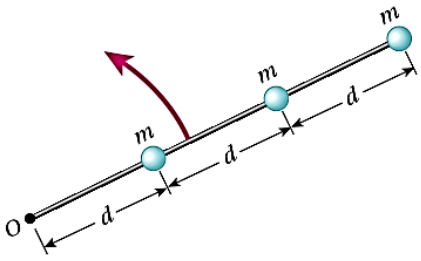
أ. المسطرتان متساويتان في الزخم الزاوي؛ لأن عزم القصور الذاتي لهما متساوٍ.

ب. المسطرتان متساويتان في الزخم الزاوي ؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيهما متساوٍ.

جـ. المسطرتان مختلفتان في الزخم الزاوي ؛ لأن عزم القصور الذاتي لهما غير متساوٍ.

د. المسطرتان مختلفتان في الزخم الزاوي؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيهما غير متساوٍ.

13. يبين الشكل المجاور نظامًا يتكون من ثلاث كرات صغيرة تتصل بقضيب فلزي خفيف كتلته مهملة. يدور النظام بسرعة زاويّةٍ (ω) حول محور يمر بالنقطة (O) عموديًا على الصفحة. الزخم الزاويُّ للكرة الوسطى:



أ. $md\omega^2$ ب. $\frac{4}{3}md\omega^2$

جـ. $\frac{1}{3}md\omega^2$ د. $4\,md\omega^2$

2. **أُفسّرُ** ما يأتي:

أ. عند حساب العزم المحصّل المؤثّر في جسمٍ؛ تُهمل القوى التي يمرُّ خطُّ عملها في محور الدوران.

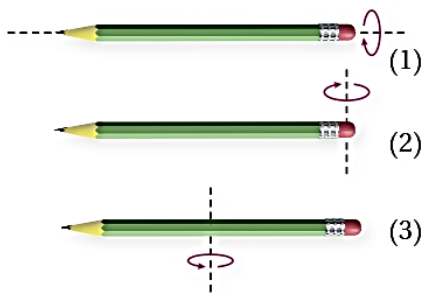
ب. يعتمد عزم القصور الذاتيّ لجسمٍ على موقع محور دورانه.

3. **أُقارن** بين كتلة جسمٍ وعزم القصور الذاتي له.

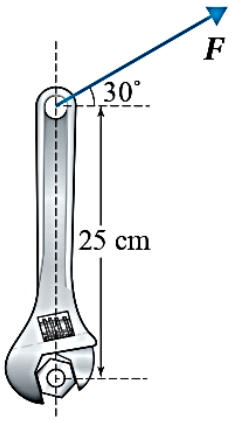
4. قطعة بوليسترين على شكل خارطة المملكة الأردنيّة الهاشميّة. كيف أُحدّد مركز كُتلتِها عمليًّا؟

مراجعة الوحدة

5. **أستنتج:** يُبيّن الشكل ثلاث حالات لقلم يدور حول المحاور الموضّحة في الشكل. أُرتّب الحالات الثلاث من حيث مقدار العزم اللازم لتدوير القلم من الأسهل إلى الأصعب.



6. **أفسر:** يقفز غطّاس عن لوح غطسٍ مُتّجهًا نحو سطح الماء في البركة. وبعد مغادرته لوح الغطس بدأ بالدوران، وضمَّ قدميه وذراعيه نحو جسمه. لماذا ضمّ الغطّاس قدميه وذراعيه نحو جسمه في أثناء أدائه لحركات الدوران؟

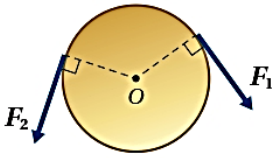


7. **أستخدم الأرقام:** تستخدم فاتن مفتاح شدٍّ لشدِّ صامولةٍ؛ كما هو موضح في الشكل المجاور. أستعينُ بالشكل والبيانات المثبتة فيه للإجابة عمّا يأتي، علمًا أنّ مقدار العزم اللازم لفكّ الصامولة يساوي (50.0 N.m).

أ. أحسبُ مقدار القوّة اللازم التأثير بها في طرف مفتاح الشدّ في الاتّجاه الموضّح في الشكل.

ب. أُحدّد اتّجاه دوران مفتاح الشدّ.

8. **أستخدم الأرقام:** قرص نصف قطره (2.0 cm)، وكتلته (20.0 g)، أثرت فيه القوى المماسية المبينة في الشكل، فبدأ بالدوران من السكون حول محور عمودي على مركزه (O)، بحيث أصبحت سرعته الزاوية (250 rad/s) بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة وذلك بعد مرور (1.25 s) من بدء الحركة. إذا كان مقدار القوة ($F_1 = 0.1$ N) فما مقدار (F_2)؟



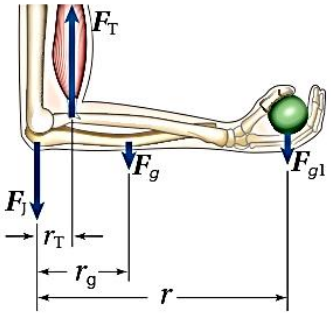
9. **أستخدم الأرقام:** تقفُ هناءُ على طرفِ القرص الدوّار للعبة الحصان الدوّار. إذا علمتُ أنّ كتلة قرص اللعبة بمحتوياته (2×10^2 kg) ونصف قطره (4 m)، وسرعته الزاويّة (2 rad/s)، وكتلة هناء (50 kg)، وبافتراض أنّ كتلة القرص موزّعةٌ بشكلٍ منتظم، والنظام المكوّن من اللعبة وهناء معزول، **أحسب** مقدار ما يأتي:

أ. الزخَم الزاويّ الابتدائي للنظام.

ب. السرعة الزاويّة للّعبة عندما تنتقل هناء إلى موقع على بُعد (2 m) من محور دوران اللعبة.

مراجعة الوحدة

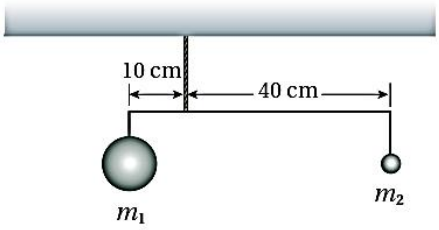
10. **أستخدم الأرقام:** ترفع جمانة بيدها ثقلاً وزنُه (40.0 N)، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في نادٍ رياضيّ. إذا علمتُ أنّ نقطة التقاء العضلة ثنائيّةَ الرأس بالساعد تبعدُ ($r_T = 5.0$ cm) عن المرفق، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه (30.0 N) ويؤثر على بُعد ($r_g = 15.0$ cm) عن المرفق، وبُعد نقطة تأثير وزن الثقل المحمول في اليد ($r = 35.0$ cm) عن المرفق، والساعد متّزنٌ أفقيًّا والقوى جميعها رأسية في الوضع الموضّح في الشكل، فأحسبُ ما يأتي:



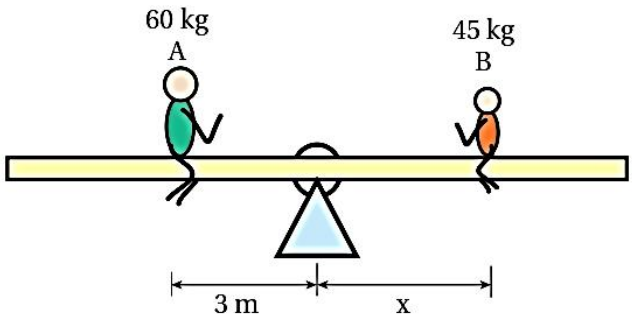
أ . قوّة الشدّ في العضلة (F_T) المؤثّرة في الساعد.

ب . القوّة التي يؤثّر بها المرفق في الساعد (F_l).

11. **أستخدم الأرقام:** في الشكل المجاور كرتان معلقتان بقضيب أفقي مهمل الكتلة، إذا كان مقدار كل من الكتلتين ($m_1 = 11$ kg) و ($m_2 = 2$ kg). أين يجب تعليق كتلة ثالثة ($m_3 = 3$ kg) بالنسبة إلى نقطة تعليق النظام كي يكون النظام متزنًا؟



12. يبين الشكل المجاور ولدين كتلتيهما ($m_A = 60$ kg) و ($m_B = 45$ kg)، يجلسان على لعبة (See–Saw) تتكون من لوح خشبي، فيتزن اللوح عند نقطة الارتكاز الواقعة عند منتصفه.



أ . **أستخدم الأرقام:** أحسب بعد الولد (B) عن نقطة الارتكاز.

ب. **أصدر حكما:** هل سيبقى اللوح مُتّزنًا أم لا، للحالتين الآتيتين، ثمّ أوضح إجابتي.

– إذا تحرك كل ولد نحو نقطة الارتكاز مسافة (1 m).

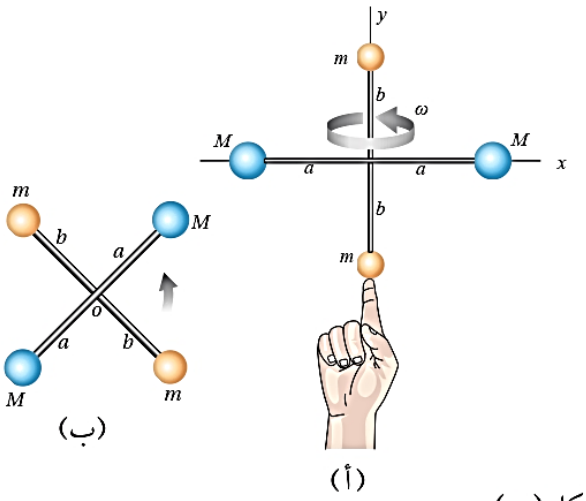
– إذا تحرك الولد (A) مسافة (1 m) مبتعدا عن نقطة الارتكاز، بينما تحرك الولد (B) مسافة ($\frac{4}{3}$ m) مبتعدا عن نقطة الارتكاز.

مراجعة الوحدة

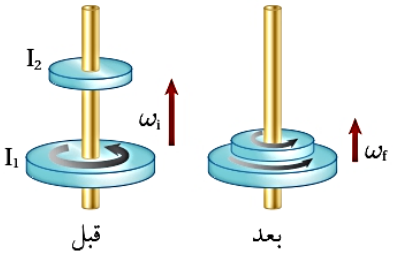
13. **أستخدم الأرقام:** يدور نظامٌ يتكوّن من أربع كراتٍ صغيرةٍ مثبّتةٍ في نهايات قضيبين مُهمَلي الكتلة كما هو موضّحٌ في الشكل المجاور. إذا علمتُ أنّ ($a = b = 20\ \text{cm}$)، و($m = 50\ \text{g}$)، و($M = 100\ \text{g}$)، وأنصافَ أقطارِ الكرات مهملةً مقارنةً بطولي القضيبين؛ بحيث يُمكن عدُّها جُسيماتٍ نقطيّة؛ أحسب الطاقة الحركية الدورانية للنظام عندما يدور بسرعة زاوية (2rad/s) حول:

أ. محور (y) كما في الشكل (أ).

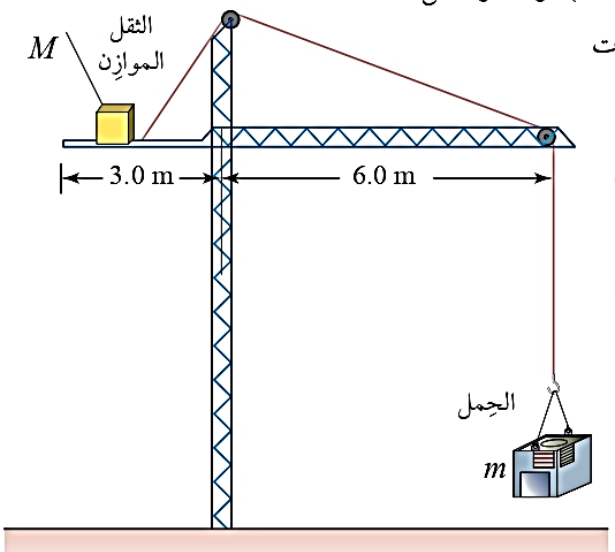
ب. محور (z) عموي على مستوى الصفحة كما في الشكل (ب).



14. **أستخدم الارقام:** يدور قرص عزم القصور الذاتي له (I_1) حول محور ثابت أملس بسرعة زاوية ($\omega_i = 20\ \text{rad/s}$)، أُسقط نحوه قرص ساكن عزم القصور الذاتي له (I_2) فتحركا كجسم واحد، كما يبين الشكل المجاور. إذا علمتُ أن عزم القصور الذاتي (I_1) ثلاث أضعاف (I_2). أحسب السرعة الزاوية النهائية (ω_f).



15. **أستخدم الأرقام:** تُستخدم بعضُ أنواع الروافع لرفع الأحمال الثقيلة إلى أعالي الأبراج والبنايات العالية. ويجب أن يكون العزم المُحصّل المؤثّر في هذه الرافعة صفرًا؛ كي لا تدور أو تسقط؛ لذا يوجد ثقلٌ موازِنٌ M على الرافعة لتحقيق اتّزانها، حيث يُحرّك عادةً هذا الثقل تلقائيًّا عبر أجهزة استشعارٍ ومحرّكاتٍ لموازنة الحِمل بدقّة. يبيّن الشكل المجاور رافعةً في موقع بناءٍ ترفع حِملًا مقداره ($3.0 \times 10^3\ \text{kg}$)، ومقدار الثقل الموازِن ($1.0 \times 10^4\ \text{kg}$). أستعينُ بالشكل والبيانات المثبّتة فيه للإجابة عمّا يأتي، وبإهمال كُتلة الرافعة.



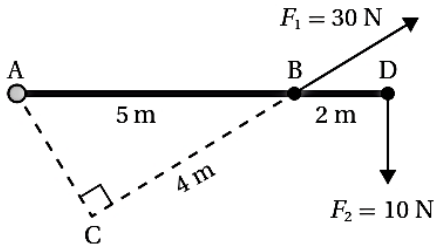
أ . أُحدّد موقع الثقل الموازِن عندما يكون الحِمل مرفوعًا عن الأرض وفي حالة اتّزانٍ سكونيّ.

ب. أحسب مقدارَ أكبر كتلة يُمكن أن تحملها الرافعة عندما يكون موقع الثقل الموازِن عند طرفها.

أسئلةُ تفكير

1. أضعُ دائرةً حول رمز الإجابة الصحيحة لكُلّ جملة ممّا يأتي:

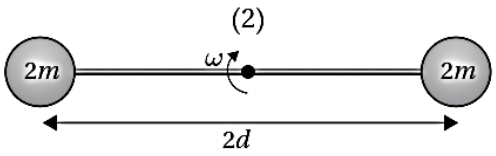
1. بالاعتماد على البيانات المثبّتة على الشكل المجاور؛ فإنّ العزم المحصّل حول محور عمودي على مستوى الصفحة ويمرّ بالنقطة (A) بوحدة (N.m) يساوي:

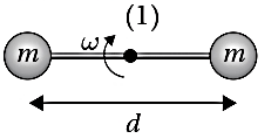


أ . 20 ب. 80

جـ. −220 د . −160

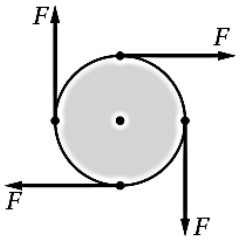
2. نظامان يتكوّن كلّ منهما من قضيب خفيف؛ الأول طوله (d) والثاني طوله ($2d$) وكتلتاهما مهملتان، ثُبّتت في طرفي كل منهما كرتان صغيرتان أبعادهما مهملة وكتلتُهما كما هو مُبيّن في الشكل، ودُوّر النظامان بالسرعة الزاويّة نفسها (ω) حول محور يمرُّ في منتصف القضيب عمودي على مستوى الصفحة. إذا كان الزخم الزاوي للنظام الأول (L_1)؛ فإنّ الزخم الزاويّ للنظام الثاني يساوي:





أ. $2\,L_1$ ب. $4\,L_1$ جـ. $16\,L_1$ د. $8\,L_1$

3. يبين الشكل أربع قوًى مماسية متساوية في المقدار تؤثر في قرص قطره (d)، بالاتجاهات المثبتة في الشكل. أي الجمل الآتية صحيحة؟



أ . القرص متزن؛ لأن القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا.

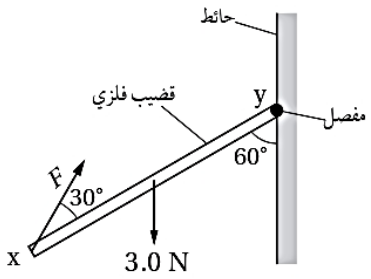
ب. القرص غير متزن؛ لأن القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي $4F$

جـ. القرص متزن؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرًا.

د . القرص غير متزن؛ لأن مقدار العزم المحصل المؤثر فيه يساوي $2Fd$

4. يبين الشكل قضيبًا فلزيًّا (xy) منتظمًا ومتجانسًا قابلًا للدوران حول مفصل مثبت في حائط عند طرفه (y)، كما في الشكل. أثرت في القضيب قوة (F) عند طرفه (x)، والقضيب وزنه (3.0 N)، وهو في حالة اتزان سكوني.

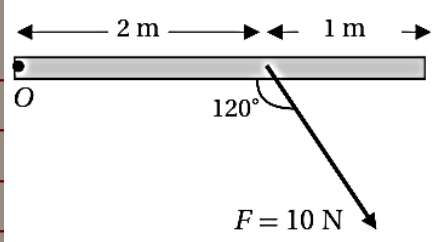
ما مقدار القوة (F)؟



أ. 0.87 N ب. 1.5 N

جـ. 2.6 N د. 5.2 N

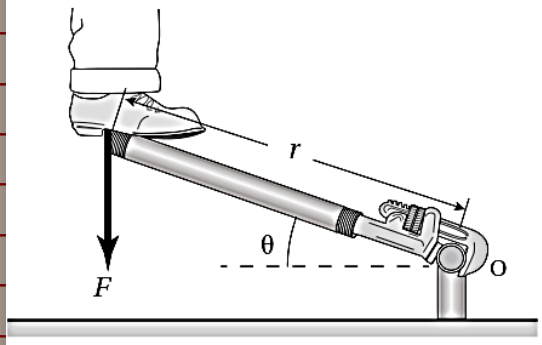
5. يبين الشكل قوة (F)، حيثُ تعمل على تدوير جسم حول محور يمر بالنقطة (O) عموديا عليها، لذلك فإن ذراع القوة بوحدة (m) يساوي:



أ . 2 ب. $2\sin 120°$

جـ. $10\sin 60°$ د . 1

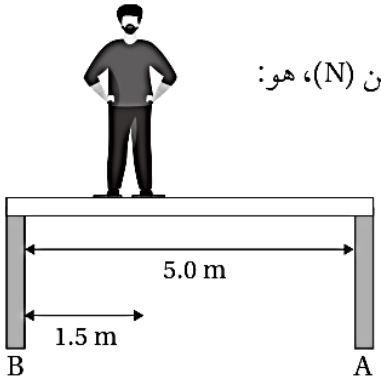
6. يقف شخص على مفتاح شد طوله (r) ويضغط عليه بقوة إلى الأسفل (F) كما في الشكل المجاور. عزم القوة حول محور دوران يمر بنقطة الارتكاز (O).



أ. $-Fr\sin\theta$ ب. $-Fr\cos\theta$

جـ. $+Fr\sin\theta$ د. $+Fr\cos\theta$

7. يقف شخص وزنه (650 N) على لوح خشبي منتظم وزنه (250 N) وطوله (5.0 m)، يرتكز على دعامتين (A) و (B). الشخص يقف على بعد (1.5 m) من الدعامة (B).



مقدار القوتين (F_A) و (F_B) اللتين تؤثر بهما الدعامتان في اللوح بوحدة نيوتن (N)، هو:

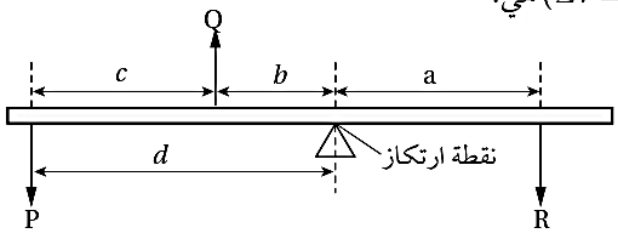
أ . $F_A = 450\ ,\ F_B = 450$

ب. $F_A = 320\ ,\ F_B = 580$

جـ. $F_A = 195\ ,\ F_B = 705$

د . $F_A = 224\ ,\ F_B = 676$

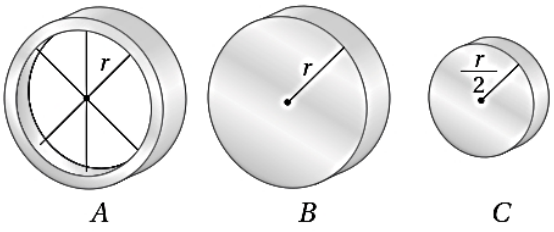
8. قضيب فلزي منتظم، تؤثر فيه ثلاث قوى (P, Q, R)، ويستقر متّزنًا عند نقطة الارتكاز المبينة في الشكل. المعادلة الصحيحة التي تمثل ($\Sigma\tau = 0$) هي:



أ. $(P \times c) + (Q \times b) = R \times a$ ب. $(R \times a) - (Q \times b) = P \times d$

جـ. $(P \times d) + (Q \times b) = R \times a$ د . $(P \times d) - (Q \times b) = R \times a$

9. يبين الشكل ثلاث اسطوانات (A , B , C) متساوية في الكتلة، تدور كل منها حول محور ثابت يمر في مركزها الهندسي. الأسطوانة (A) مجوفة والأسطوانتين (B , C) مصمتتان. إذا علمتُ أن الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانات الثلاث متساوية، ومعتمدا على البيانات المثبتة في الشكل؛ فإن الجملة الصحيحة التي تصف السرعة الزاوية هي:



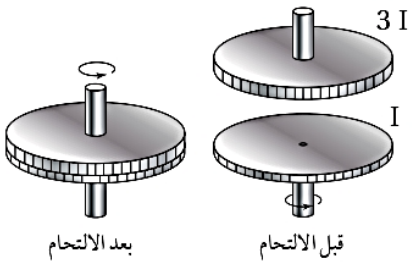
أ . الأسطوانات الثلاث متساوية في السرعة.

ب. (C) لها أكبر سرعة و (A) لها أقل سرعة.

جـ. (B , C) لهما السرعة نفسها، وسرعتهما أكبر من (A).

د . (A , B) لهما السرعة نفسها، وسرعتهما أقل من (C).

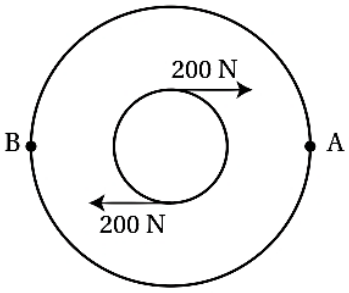
10. يدور قرص عزم القصور الذاتي له (I) حول محور ثابت أملس بسرعة زاوية (ω)، وطاقة حركية دورانية (KE). أُسقط رأسيًّا نحوه قرص ساكن عزم القصور الذاتي له ($3I$) فتحركا كجسم واحد، كما هو مبين في الشكل. الطاقة الحركية الدورانية للنظام بعد الالتحام تساوي:



أ. $\frac{1}{2}KE$ ب. $\frac{1}{4}KE$

جـ. $\frac{1}{8}KE$ د. $\frac{1}{16}KE$

11. يبين الشكل دائرتين مرسومتين على القرص نفسه، النسبة بين نصفي قطر الدائرة الخارجية إلى الدائرة الداخلية ($\frac{5}{2}$). يؤثر في الدائرة الداخلية ازدواجًا مقدار كل من قوتيه (200 N)، ويؤثر في الدائرة الخارجية ازدواجًا مقدار كل من قوتيه (F). كي يكون العزم المحصل الناتج عن الازدواجين (صفرًا)، فإن (F) مقدارا واتجاها عند النقطتين (A) و (B) تساوي:



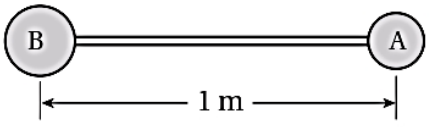
أ . 500 N ، (F_A) باتجاه ($-y$) و (F_B) باتجاه ($+y$).

ب. 500 N ، (F_A) باتجاه ($+y$) و (F_B) باتجاه ($-y$).

جـ. 80 N ، (F_A) باتجاه ($-y$) و (F_B) باتجاه ($+y$).

د . 80 N ، (F_A) باتجاه ($+y$) و (F_B) باتجاه ($-y$).

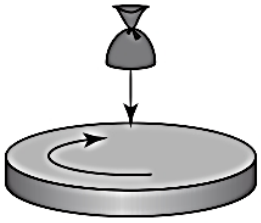
12. يبين الشكل نظامًا يتكون من قضيب طوله (1 m) كتلته مهملة، ومثبت في طرفيه كرتين مهملتي الأبعاد، كتلتيهما ($m_A = 2$ kg) و ($m_B = 3$ kg) مركز كتلة النظام يقع على بعد:



أ . 40 cm من الكرة (A). ب. 40 cm من الكرة (B).

جـ. 20 cm من الكرة (A). د. 20 cm من الكرة (B).

13. في الشكل المجاور قرص نصف قطره (R) يدور بسرعة زاويّة ابتدائية ($2\ \text{rad/s}$)، أُسقط عليه كيس من السكون عند حافته؛ فأصبح يدور معه. إذا علمتُ أن كتلة القرص أربعة أضعاف كتلة الكيس، وبافتراض أنّ الكيس جسم نقطي؛ فإن السرعة الزاوية للنظام بعد سقوط الكيس:



أ. $\frac{4}{3}\ \text{rad/s}$ ب. 1rad/s

جـ. $\frac{1}{2}\ \text{rad/s}$ د. $\frac{1}{4}\ \text{rad/s}$

2. **أستخدم الأرقام**: يوضّح الشكل المجاور جسرًا مُنتظمًا متماثلًا طوله ($8.0\ \text{m}$)، ووزنُه $F_g = 100\ \text{N}$، يرتكزُ طرفاه على ضفّتي نهر. وقف شخص وزنه $F_{g1} = 800\ \text{N}$ على بعد (r) من الطرف (A) فاتزن اللوح بحيث تكون القوة العمودية المؤثرة في الطرف (A) من الجسر مثليّ القوة العمودية المؤثرة في الطرف (B). أحسب البعد (r).