النيشان
محمد الخواجا

الحركة الدورانية

النيشان في الفيزياء

الأستاذ محمد موسى الخواجا

0780539995

الوحدة الثانية :

الحركة الدورانية

تتحرّك الكثير من الأجسام التي نشاهدها حركةً دورانيّة، ومنها الأبواب وإطارات السيارات وشفرات المراوح . وتوصَفُ الحركةُ الدورانيّة باستخدام مفاهيمَ خاصّةٍ؛ مثل العزم، والسرعة الزاويّة، والتسارُع الزاويّ، والزخَم الزاويّ .

الدرس الأول : العزم والاتّزان السكونيّ

الفكرة الرئيسة : من أجل دراسة الاتّزان السكونيّ للأجسام تلزمُ معرفةُ بعض المفاهيم الفيزيائية مثل : العزم ومركز الكتلة، وكيفيّة حساب كلٍّ منهما .

الدرس الثاني : ديناميكا الحركة الدورانية

الفكرة الرئيسة : تُوصَف الحركة الدورانية باستخدام مفاهيم خاصة منها : الإزاحة الزاويّة، والسرعة الزاويّة، والتسارع الزاويّ، والعلاقات بينها .

الدرس الثالث : الزخَم الزاويّ

الفكرة الرئيسة : للزخم الخطي نظيرٌ في الحركة الدورانية يُسمى الزخم الزاويّ، ويكون الزخم الزاويّ محفوظًا في الأنظمة المعزولة؛ حيث العزم المحصل المؤثر في الجسم يساوي صفرًا .

الدرس الأول :

العزم و الإتزان السكوني

العزم

يحدث العزم عندما تؤثر قوه في جسم فتسبب له اثرا دورانيا حول محور مثل : دوران الابواب ، والبراغي ، والمفكات .

في الشكل عند التاثير بقوه في المقبض المثبت عند طرف الباب ، يدور الباب حول محور الدوران وهو في هذه الحاله خط وهمي راسي يمر عبر مفصلات الباب المثبته عند الطرف المقابل للمقبض .

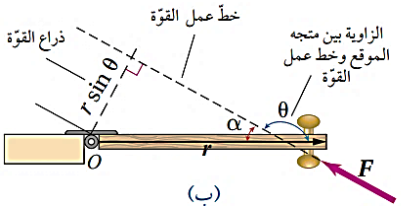
العزم : هو مقياس لمقدره القوه على احداث دوران للجسم . ورياضيا يعرف **العزم** بانه ناتج الضرب المتجهي لمتجه القوه (F) ومتجه موقع نقطه تاثير القوه (r) الذي يبدا من نقطه على محور الدوران وينتهي عند نقطه تاثير القوه .

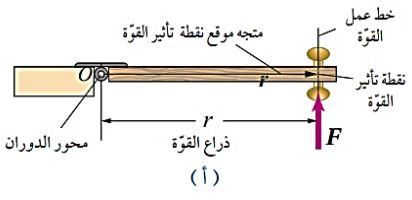
يرمز للعزم بالرمز (τ) ، ويقاس بوحده ($N.m$) حسب النظام الدولي للوحدات .

رياضيا :

$$\tau = F \times r$$

$$\tau = F\, r\, sin\theta$$





- **خط عمل القوه :** هو امتداد متجه القوه ويتم الحصول عليه برسم خط ينطبق مع متجه القوه امامه او خلفه .
- **ذراع القوه :** البعد العمودي بين خط عمل القوه ومحور الدوران .
- **متجه موقع نقطه تاثير القوه :** الخط الواصل بين محور الدوران ونقطه تاثير القوه .

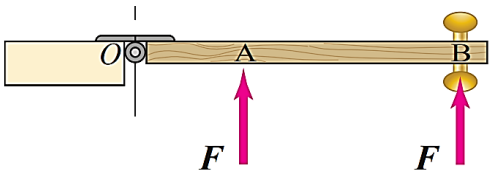
سؤال (1) : متى نحصل على اكبر عزم ممكن ؟

عند التاثير بقوه في ابعد نقطه عن المحور عموديا على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

سؤال (2) : ما هي العوامل التي يعتمد عليها العزم ؟

- مقدار القوه المؤثره .
- طول ذراع القوه . و يعتمد على :
  - الازاحه بين المحور و نقطه تاثير القوه .
  - الزاويه بين اتجاه القوه واتجاه الازاحه .

سؤال (3) : في الشكل تؤثر قوتان متساويتان في النقطتين A و B ، اي القوتين يكون عزم الدوران لها اكبر .



يكون عزم الدوران اكبر في النقطه B حيث تكون الازاحه اكبر ما يمكن عن محور الدوران . اي ان موضع نقطه تاثير القوه ابعد ما يمكن عن محور الدوران . بينما A تكون اقرب الى محور الدوران من B فيكون عزمها اقل .

سؤال (4) : متى يكون طول ذراع القوه مساويا لمتجه موقع نقطه تاثير القوه .

عندما تكون القوه عموديه على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

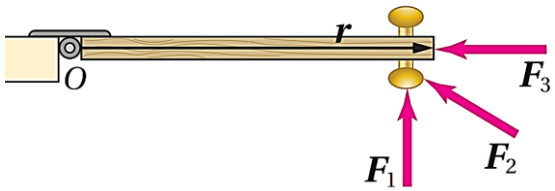
سؤال (5) : كيف نجد ذراع القوه عندما لا يكون اتجاه القوه عموديا على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

نرسم خط عمل القوه ، ثم نرسم خطا يبدا من المحور الواقع على محور الدوران يصل الى خط عمل القوه وعموديا عليه وهو يمثل مقدار ذراع القوه .

الربطُ معَ الرياضيات

- إذا كان مجموع الزاويتان α و β يساوي 180° فإنّ
$$sin\,\alpha = sin\,\beta$$
- إذا كان مجموع الزوايتين α و β يساوي 90 فإن:
$$sin\,\alpha = cos\,\beta$$

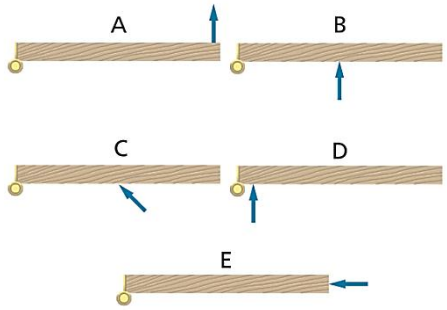
سؤال (6) : في الشكل المجاور ثلاثة قوى متساويه تؤثر في باب قابل للدوران . رتب القوى من حيث العزم المؤثر في الباب مع التعليل .



F_1 هي الاكبر عزما لانها عموديه على متجه موقع نقطه تاثير القوه فيكون طول ذراع القوه فيها اكبر ما يمكن ، تليها F_2 حيث تؤثر بزاويه مع متجه موقع نقطه تاثير القوه فيقل طول ذراع القوه فيقل العزم ، وتليها F_3 حيث لا تؤثر بعزم اذ يكون خط عمل القوه واصلا بشكل مباشر نحو المحور وعندها ينعدم العزم لهذه القوه .

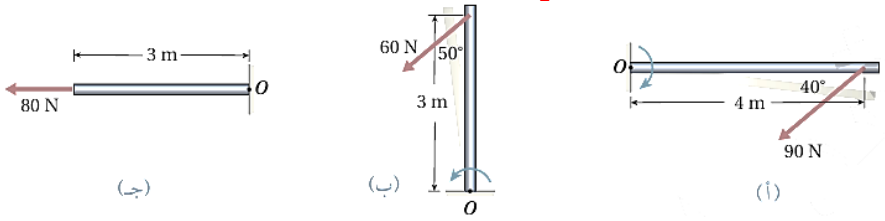
انتبه : يكون العزم موجبا عندما يكون الاثر الدوراني للقوه عكس عقارب الساعه . ويكون العزم سالبا عندما يكون الاثر الدوراني للقوه مع اتجاه دوران عقارب الساعه .

انتبه : في الشكل المجاور يكون الترتيب للعزوم المؤثره في الابواب الخمسه في الشكل من الاقل الى الاكبر . مع ملاحظه ان مقدار القوه هو نفسه في الابواب كلها وان محور الدوران مثل بالدائره .



$$\tau_A > \tau_B > \tau_C > \tau_D > \tau_E$$

سؤال (7) : أحسب عزوم القوى المؤثرة في الأجسام المبيّنة في الشكل (4) حول محور دوران عمودي على مستوى الصفحة يمرّ بالنقطة (O).



الحالة (أ)

- اتجاه الدوران: مع عقارب الساعة (سالب).
- الحساب:

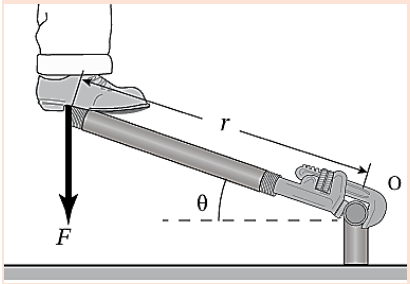
$$\tau_a = -(r \,.F\, sin(\theta))$$
$$\tau_a = -(4 \times 90\, sin(40))$$
$$\tau_a = -(360 \times 0.6428) = -231.4\, N.m$$

- النتيجة: مقدار العزم هو $231.4\, N.m$ باتجاه مع عقارب الساعة (إلى داخل الصفحة).

الحالة (ب)

- اتجاه الدوران: عكس عقارب الساعة (موجب).

سؤال كتاب الأنشطة : يقف شخص على مفتاح شد طوله (r) ويضغط عليه بقوة إلى الأسفل (F) كما في الشكل المجاور. عزم القوة حول محور دوران يمر بنقطة الارتكاز (O).



أ. $-F\, r \sin(\theta)$

ب. $-F\, r \cos(\theta)$

ج. $+F\, r \sin(\theta)$

د. $+F\, r \cos(\theta)$

سؤال 1 : يدور باب حول مفصلاته نتيجة تأثير قوة معينة. إذا تم نقل نقطة تأثير القوة لتصبح في منتصف المسافة بين المقبض والمفصلات، مع الحفاظ على نفس اتجاه القوة ومقدارها، فإن عزم القوة:

أ) يزداد إلى الضعف.

ب) يقل إلى النصف.

ج) يبقى ثابتاً لأن القوة لم تتغير.

د) ينعدم تماماً.

- الحساب:

$$\tau_b = +(r \,.F\, sin(\theta))$$
$$\tau_b = +(3 \times 60\, sin(50))$$
$$\tau_b = +(180 \times 0.766) = 137.9 = N.m$$

- النتيجة: مقدار العزم هو $137.9\ N.m$ باتجاه عكس عقارب الساعة (إلى خارج الصفحة).

الحالة (ج)

- الزاوية $(\theta) = 180^\circ$: خط عمل القوة يمر مباشرة بنقطة الدوران (O).
- الحساب:

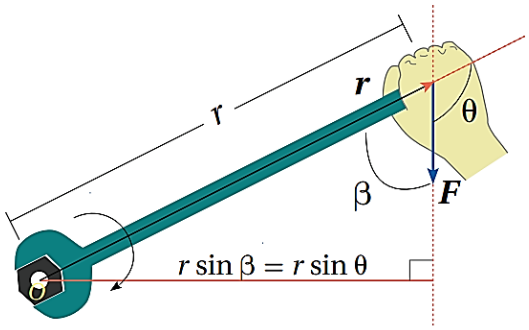
$$\tau_c = r \,.F\, sin(180) = 3 \times 80 \times 0 = 0$$

- النتيجة: العزم يساوي صفر لأن القوة موازية للمحور وتمر بامتداده (لا تسبب أي دوران).

سؤال (8) : يريد عبد الرحمن ان يدخل من باب قابل للدوران ، وضح كيف سيدفع الباب ليولد عزما باقل مقدار من القوه المؤثره . واين يجب ان تكون نقطه تاثير تلك القوه ؟

عند التاثير بقوه في ابعد نقطه عن المحور عموديا على متجه موقع نقطه تاثير القوه .

سؤال (9) : يستخدم زيد مفتاح شد طوله $25\ cm$ لشد صامولة في دراجه ، حيث اثر بقوه مقدارها $1.6 \times 10^2 N$ ، في طرف مفتاح الشد في الاتجاه الموضح في الشكل . فاذا علمت ان مقدار الزاويه β يساوي 75^o ، احسب مقدار العزم المؤثر في المفتاح وحدد اتجاهه .



$$\tau = r \,.F\, sin(\theta)$$
$$\tau = 0.25 \times 160\, sin(105)$$

نحسب أولاً ضرب المسافة في القوة:

$$\tau = 38.64\ N.m$$

بالنظر إلى الشكل وحركة السهم ، نلاحظ أن القوة تحاول تدوير المفتاح عكس اتجاه عقارب الساعة.

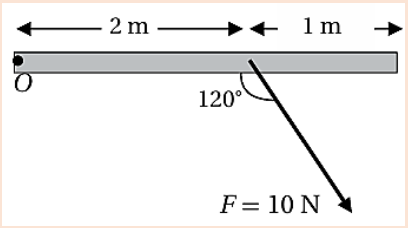
وفقاً لقاعدة اليد اليمنى، يكون اتجاه العزم موجبًا (+)، وهو يتجه إلى خارج الصفحة (نحو الناظر).

سؤال (10) : اذا لزم عزم مقداره $55\ N.m$ لتدوير جسم، في حين كانت اكبر قوه يمكن التاثير بها $135\ N$ ، فما طول ذراع القوه الذي يجب استخدامه .

$$\tau = r \,.F\, \sin(\theta)$$

طول ذراع القوة $(r \sin(\theta))$ هو:

سؤال كتاب الأنشطة : يبين الشكل قوة (F)، حيث تعمل على تدوير جسم حول محور يمر بالنقطة (O) عموديًا على مستوى الصفحة. فإن طول ذراع القوة بوحدة (m) يساوي:



أ. 2

ب. $2 \sin(120)$

ج. $10 \sin(60)$

د. 1

سؤال 2 : عند تطبيق قوة على مفتاح شد لتدوير صامولة، فإن المركبة الفعّالة من القوة والتي تنتج عزم الدوران هي دائماً المركبة:

أ) الموازية لمفتاح الشد.

ب) العمودية على مفتاح الشد.

ج) المعاكسة لمتجه الموقع.

د) التي تمر باتجاه مركز الصامولة.

$$r\sin(\theta) = \frac{\tau}{F} = \frac{55}{135} = 0.407\ m$$

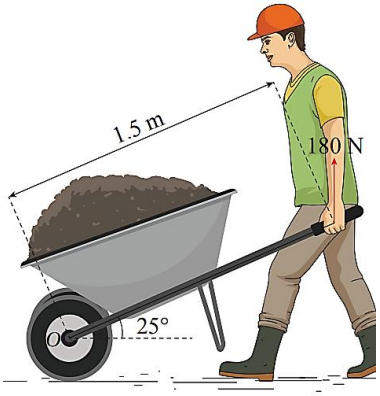
سؤال (11) : شد برغي بعزم $8\ N.m$ ، فاذا كان لديك مفتاح شد طوله 0.35 m ، فما مقدار اقل قوه يجب التاثير بها في المفتاح .

$$\tau = r.F\sin(\theta)$$

مقدار أقل قوة (F) هو عندما تتعامد القوة مع متجه موقع نقطة تأثيرها :

$$F = \frac{\tau}{r\sin(\theta)} = \frac{8}{0.35\times1} = 22.86\ N$$

سؤال (12) : يدفع عامل عربه كما هو موضح في الشكل ، عن طريق التاثير في مقبضي ذراعيها بقوتين مجموعهما $1.8\times10^2 N$ راسيا الى اعلى لرفعهما الى اعلى بزاويه 25^o بالنسبه للمحور $+x$ ، اذا علمت ان بعد كل من مقبضي العربه عن محور الدوران O يساوي $1.5\ m$ ، احسب مقدار عزم القوه F المؤثر في العربه حول محور الدوران وحدد اتجاهه .



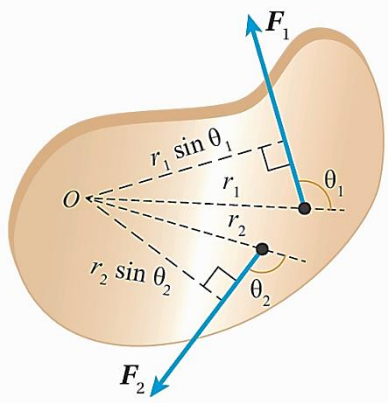
$$\tau = r.F.sin(\theta)$$
$$\tau = 1.5 \times 180\ sin(65)$$
$$\tau = 270 \times 0.9063 \cong 244.7\ N.m$$

عكس عقارب الساعة (موجب / إلى خارج الصفحة)؛ لأن دفع العامل يرفع المقبض لأعلى حول العجلة O.

سؤال (13) : يحاول سالم استخدام مفتاح شد لفك برغي في دراجته الهوائيه ، ويحتاج فك البرغي الى عزم مقداره 10 N.m ، واقصى قوه يستطيع ان يؤثر بها الطفل عموديا في المفتاح تساوي $50\ N$ ، ما طول مفتاح الشد الذي يجب ان يستخدمه سالم حتى يفك البرغي .

$$r = \frac{\tau}{F\sin(\theta)} = \frac{10}{50\times1} = 0.2\ m$$

العزم المحصل



عندما تؤثر أكثر من قوة في نفس اللحظة في جسم قابل للدوران حول محور فإن العزم المحصل يساوي مجموع عزوم القوى المؤثرة مع مراعاة الإشارة السالبة للعزوم .و**رياضيا** فإن :

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots$$

سؤال (14) : كيف أحسبُ عزم قوًى عدّة تؤثر في جسمٍ قابلٍ للدوران حول محورٍ ثابت؟ وكيف أحدّد اتجاهه؟

أولاً: كيف أحسب عزم عدة قوى تؤثر في جسم؟

لحساب محصلة عزم عدة قوى تؤثر في جسم قابل للدوران حول محور ثابت، نتبع الخطوات الآتية:

سؤال 3 : تؤثر قوة مقدارها F عند طرف قضيب منتظم طوله L يمكنه الدوران حول الطرف الآخر. إذا كان المقدار F ثابتاً، بأي زاوية (θ) بالنسبة للقضيب يجب أن تُطبّق القوة للحصول على عزم يساوي نصف العزم الأقصى الممكن؟

أ. 15 ب. 30

ج. 45 د. 60

- حساب عزم كل قوة على حدة: نقوم بحساب المقدار العددي لعزم كل قوة تؤثر على الجسم باستخدام القانون الأساسي للعزم:

$$\tau = r.F\sin(\theta)$$

(حيث F مقدار القوة، r البعد عن محور الدوران، وθالزاوية بينهما).

- تحديد إشارة العزم لكل قوة: نحدد إشارة كل عزم بناءً على اتجاه الدوران الذي تسببه تلك القوة (موجب أو سالب).
- الجمع الجبري للعزوم (محصلة العزوم $\sum\tau$): نجد المحصلة عن طريق جمع عزوم القوى جمعاً جبرياً مع مراعاة الإشارات:

$$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \cdots$$

ثانياً: كيف أُحدّد اتجاهه؟

من حيث طبيعة الدوران (مع أو عكس عقارب الساعة):

- إشارة موجبة $(+)$: إذا كانت القوة تعمل على تدوير الجسم عكس اتجاه حركة عقارب الساعة.
- إشارة سالبة $(-)$: إذا كانت القوة تعمل على تدوير الجسم مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

سؤال (15) : ربطت كتلتان معا بحبل مهمل الكتله ، يمر حول بكره ملساء حره مهمله الكتله ايضا قطرها 30 cm ، فاذا كان مقدار الكتله الاولى 2 Kg ، والكتله الثانيه 3 Kg ، وبدات الكتلتان الحركه من السكون ، فجد العزم المحصل للنظام .

حساب عزم الوزن الأول (τ_1):

$$\tau_1 = 2 \times 10 \times 0.15 = +3\ N.m$$

حساب عزم الوزن الثاني (τ_2):

$$\tau_2 = -(3 \times 10 \times 0.15) = -4.5\ N.m$$

حساب العزم المحصل $(\sum\tau)$:

$$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2$$
$$\sum\tau = 3 + (-4.5) = -1.5\ N.m$$

أي أن البكرة تدور باتجاه عزم القوة الثانية (τ_2) .

سؤال (16) : يسحب شخصان حبلين ملفوفين حول إطار كبير . فإذا كان قطر الاطار 2.4 m . ويسحب أحد الشخصين الحبل الأول باتجاه عقارب الساعة بقوة 43 N ، بينما يسحب الشخص الآخر الحبل الثاني في اتجاه معاكس لاتجاه عقارب الساعة بقوة 67 N ، فما محصلة العزم على الاطار .

سحب الحبال الملفوفة حول الإطار يكون دائماً مماسياً وبشكل عمودي $(\sin(90) = 1)$.

عزم الشخص الأول (τ_1):

$$\tau_1 = -(r.F_1) = -(1.2 \times 43) = -51.6\ N.m$$

عزم الشخص الثاني (τ_2):

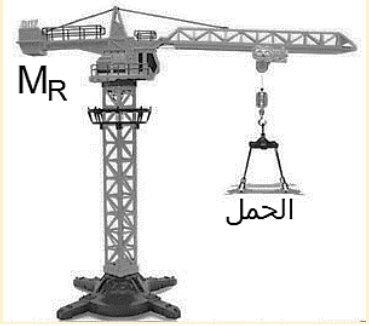
$$\tau_2 = +(r.F_2) = +(1.2 \times 67) = +80.4\ N.m$$

محصلة العزم $(\sum\tau)$:

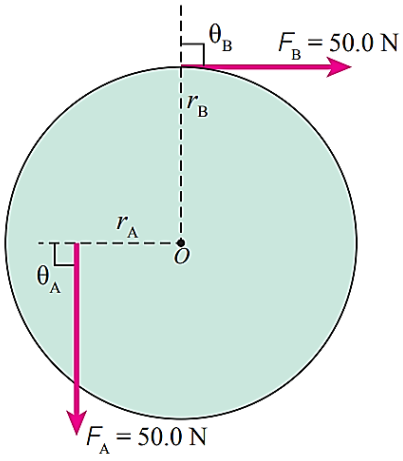
$$\sum\tau = \tau_1 + \tau_2$$
$$\sum\tau = -51.6 + 80.4 = +28.8\ N.m$$

باتجاه عكس عقارب الساعة (إلى خارج الصفحة).

سؤال 4 : رافعه البناء في الشكل تحتوي على كتله موازنه مقدارها 4000 Kg وتبعد عن محور الرافعه 3 m ، اذا اراد احد الاشخاص رفع الحمل الذي مقدار كتلته 6000 Kg ، ويبعد عن محور الرافعه 5 m ، بين هل تستطيع الرافعه ذلك رياضيا .



سؤال (17) : بكره مصمته نصف قطرها r_B يمر في مركزها O محور دوران عمودي على مستوى الصفحه كما هو موضح في الشكل ، اذا علمت ان القوه F_A تؤثر في البكره على بعد $r_A = 30\ cm$ من محور الدوران ، وتؤثر القوه F_B عند حافه البكره حيث $r_B = 50\ cm$ ، واعتمادا على المعلومات المثبته على الشكل . احسب مقدار العزم المحصل المؤثر المؤثر في البكره وحدد اتجاهه .



عزم القوة F_A (τ_A):

تسحب الأسفل عند الطرف الأيسر، محاولة تدوير البكرة عكس اتجاه عقارب الساعة (إشارة موجبة +).

$$\tau_A = +(r_A \,.F_A\, sin(90))$$
$$\tau_A = +(0.30 \times 50.0 \times 1) = +15.0\ N.m$$

عزم القوة F_B (τ_B):

تسحب لليمين عند أعلى البكرة، محاولة تدوير البكرة مع اتجاه عقارب الساعة (إشارة سالبة −).

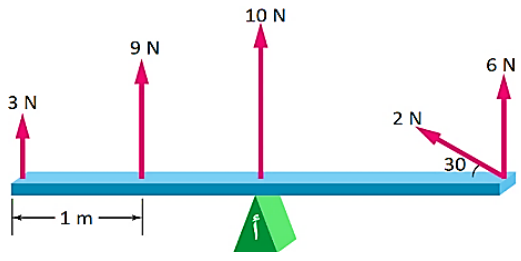
$$\tau_B = -(r_B.F_B\, sin(90))$$
$$\tau_B = -(0.50 \times 50.0 \times 1) = -25.0\ N.m$$

3 العزم المحصل $(\sum \tau)$:

$$\sum \tau = \tau_A + \tau_B$$
$$\sum \tau = 15.0 + (-25.0) = -10.0\ N.m$$

اتجاه العزم المحصل: باتجاه حركة عقارب الساعة (إلى داخل الصفحة / نحو الداخل وفق قاعدة اليد اليمنى).

سؤال (18) : قضيب طوله (4 m) ، قابل للدوران حول نقطة الارتكاز (أ) عند منتصفه ، وتؤثر فيه القوى المبينة في الشكل ، احسب العزم المحصل لتلك القوى المؤثرة حول النقطة (أ) .



حساب عزم كل قوة حول النقطة (أ):

- القوة $3\ N$ (على اليسار عند الطرف):

$$\tau_1 = -(3 \times 2) = -6\ N.m$$

- القوة $9\ N$ (على بُعد $1\ m$ من اليسار):

$$\tau_2 = -(9 \times 1) = -9\ N.m$$

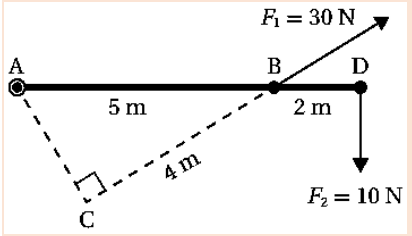
- القوة $10\ N$ (عند نقطة الارتكاز أ مباشرة):

$$\tau_3 = 0\ N.m$$

- القوة $2\ N$ (عند الطرف الأيمن وتصنع زاوية 30°):

$$\tau_4 = +(2 \times 2 \times \sin(150)) = +2\ N.m$$

سؤال كتاب الأنشطة : بالاعتماد على البيانات المثبتة على الشكل المجاور؛ فإن العزم المحصل حول محور عمودي على مستوى الصفحة ويمر بالنقطة (A) بوحدة $(N.m)$ يساوي:



أ. 20 ب. 80

ج. −220 د. −180

سؤال 5 : جسم يتحرك في مسار دائري نصف قطره R .إذا أثرت عليه قوة مماسية مقدارها F_t وقوة مركزية مقدارها F_c تؤثر نحو المركز مباشرة، فإن العزم المحصل المؤثر في الجسم حول مركز الدائرة يساوي:

أ. $(F_t + F_c)R$

ب. $(\sqrt{F_t^2 + F_c^2})R$

ج. $F_t.R$

د. $F_c.R$

- القوة $6\ N$ (عند الطرف الأيمن للأعلى):

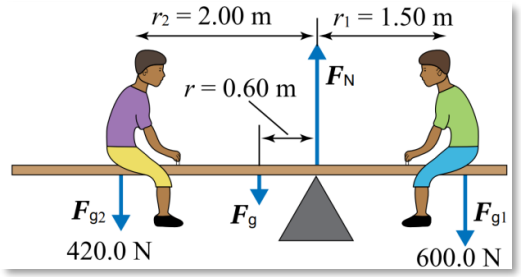
$$\tau_5 = +(6 \times 2) = +12\ N.m$$

حساب العزم المحصل:

$$\tau_{net} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \tau_4 + \tau_5$$
$$\tau_{net} = -6 - 9 + 0 + 2 + 12 = -1\ N.m$$

مقدار العزم المحصل يساوي $1\ N.m$ ويكون اتجاه الدوران مع عقارب الساعة.

سؤال (19) : يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتزان تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه ($F_g = 300\ N$) يؤثر في منتصفه ، يرتكز على تبعد ($0.6\ m$) يمين منتصف اللوح الخشبي ، كما هو موضح في الشكل . احسب العزم المحصل على النظام .



- وزن فادي $(F_{g1} = 600\ N)$:

اتجاه الدوران: يسبب دوراناً مع عقارب الساعة $(-)$.

$$\tau_1 = -(600 \times 1.5) = -900\ N.m$$

- وزن صقر $(F_{g2} = 420\ N)$:

اتجاه الدوران: يسبب دوراناً عكس عقارب الساعة $(+)$.

$$\tau_2 = +(420 \times 2) = +840\ N.m$$

- وزن اللوح الخشبي $(F_g = 300\ N)$:

اتجاه الدوران: يسبب دوراناً عكس عقارب الساعة $(+)$.

$$\tau_g = +(300 \times 0.6) = +180\ N.m$$

- القوة العمودية (F_N):

تؤثر عند نقطة الارتكاز مباشرة $(r = 0)$.

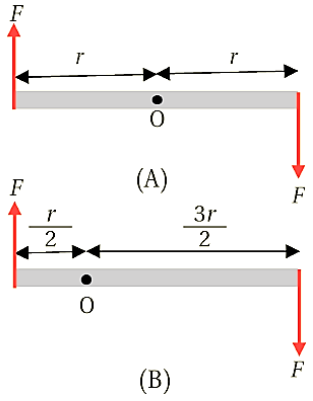
$$\tau_N = 0\ N.m$$

حساب العزم المحصل:

$$\tau_{net} = \tau_1 + \tau_2 + \tau_g$$
$$\tau_{net} = -900 + 840 + 180 = +120\ N.m$$

مقدار العزم المحصل على النظام يساوي $120\ N.m$ ويكون اتجاه الدوران عكس عقارب الساعة.

سؤال (20) : في الشكل الموضح ، تؤثر قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه (F) على طرفي قضيب. أثبت رياضياً أن العزم المحصل للنظام حول محور الدوران (O) في الشكل (A) يساوي العزم المحصل حول محور الدوران (O) في الشكل (B) .



في الشكل (A) :

محور الدوران يقع في المنتصف:

سؤال 6 : مربع طول ضلعه a قابلي للدوران حول زاويته السفلية اليسرى (النقطة O). تؤثر قوة F عند الزاوية العلوية اليمنى موجهة تماماً نحو الزاوية السفلية اليمنى. مقدار عزم هذه القوة حول النقطة O يساوي:

أ. $F.a$ ب. $\sqrt{2}F.a$

ج. $\frac{1}{2}F.a$ د. 0

سؤال 7 : تؤثر قوتان متساويتان مقدارهما F عند نفس النقطة من جسم قابل للدوران. الأولى تصنع زاوية 30° مع خط الشعاع r المتجه من محور الدوران، والثانية تصنع زاوية 150° مع نفس خط الشعاع r وتعمل على التدوير في نفس الاتجاه. العزم المحصل للقوتين يساوي:

أ. $F.r$ ب. $2F.r$

ج. $\frac{1}{2}F.r$ د. $\sqrt{3}F.r$

$\tau_{net(A)} = -F\,.r + (-F\,.r) = -2\,F\,r$

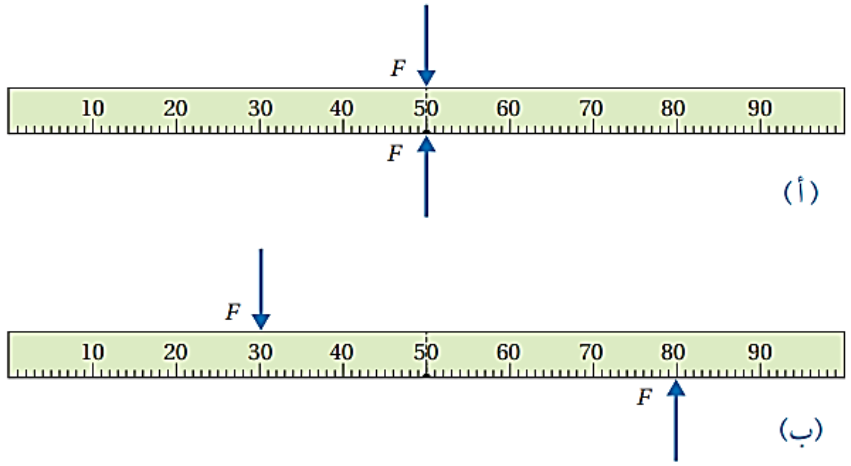
في الشكل (B) :

تغير موقع محور الدوران بحيث أصبح يبعد $\frac{r}{2}$ عن القوة الأولى و $\frac{3r}{2}$ عن القوة الثانية:

$$\tau_{net(B)} = -F\,.\left(\frac{r}{2}\right) + \left(-F.\left(\frac{3r}{2}\right)\right) = -2\,F\,r$$

$$\therefore \tau_{net(A)} = \tau_{net(B)} = -2\,F\,r$$

الإتزان



في الشكل (أ) : مسطرة مترية (طولها $1\ m$) موضوعة على سطح طاولة ، وتؤثر فيها قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه في نفس الموقع ، حيث تكون المسطرة متزنة انتقاليا ، لأن القوة المحصلة المؤثرة فيها تساوي صفرا .

في الشكل (ب) : مسطرة مترية (طولها $1\ m$) موضوعة على سطح طاولة ، وتؤثر فيها قوتان متساويتان في المقدار ومتعاكستان في الاتجاه في موقعين مختلفين ، حيث تكون المسطرة متزنة انتقاليا ، لأن القوة المحصلة المؤثرة فيها تساوي صفرا . ولكن المسطرة تتحرك حركة دورانية . فيكون العزم المحصل المؤثر فيها لا يساوي صفرا .

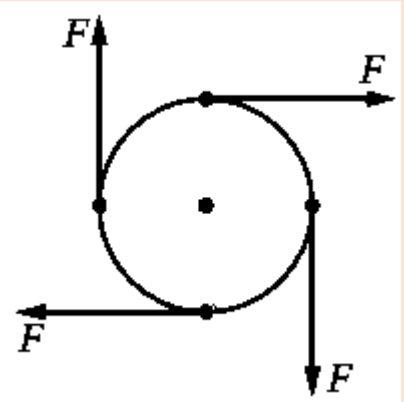
يكون الجسم متزنا عندما :

- اتزان انتقالي : عندما يكون الجسم متحركا بسرعة ثابتة أو ساكنا ويدور .
- اتزان دوراني : عندما لا يدور الجسم .
- اتزان سكوني : عندما يكون الجسم ساكنا (لا يتحرك ولا يدور) .

شروط الاتزان السكوني عند تأثير عدة قوى :

- أن تكون القوة المحصلة المؤثرة في الجسم يساوي صفرا ($\Sigma F = 0$) ، ويسمى الاتزان الانتقالي .
- أن يكون العزم المحصل المؤثر في الجسم يساوي صفرا ($\Sigma \tau = 0$) ، ويسمى الاتزان الدوراني .

سؤال كتاب الأنشطة : يبين الشكل أربع قوى مماسية متساوية في المقدار تؤثر في قرص نصف قطره (d)، بالاتجاهات المبينة في الشكل. أي الجمل الآتية صحيحة؟



أ . القرص متزن؛ لأن القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي صفرًا.

ب . القرص غير متزن؛ لأن مقدار القوة المحصلة المؤثرة فيه تساوي $4F$

ج . القرص متزن؛ لأن العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرًا.

د . القرص غير متزن؛ لأن مقدار العزم المحصل المؤثر فيه يساوي $4Fd$

انتبه : تتزن النقطة المادية عندما تكون محصلة القوة تساوي صفرا ، أما الجسم الجاسئ يتزن عندما تكون محصلة العزوم تساوي صفرا ومحصلة القوى تساوي صفرا .

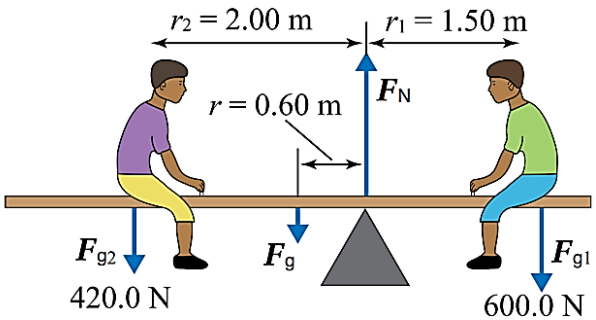
سؤال (21) : ميز بين شروط الاتزان لنقطة مادية و للجسم الجاسئ .

تتزن النقطة المادية عندما تكون محصلة القوة تساوي صفرا ، أما الجسم الجاسئ يتزن عندما تكون محصلة العزوم تساوي صفرا ومحصلة القوى تساوي صفرا .

سؤال (22) : قد يقع الجسم تحت تأثير قوى محصلتها صفرا ، لكنه يكون غير متزن . فسر إجابتك ؟

في هذه الحالة يكون الجسم متزنا اتزانا انتقاليا ، فتكون محصلة القوة صفرا ، لكنة غير متزن اتزانا دورانيا ، فتكون محصلة العزوم لا تساوي صفرا .

سؤال (23) : يجلس فادي (F_{g1}) وصقر (F_{g2}) على جانبي لعبة اتزان تتكون من لوح خشبي منتظم متماثل وزنه (Fg) يؤثر في منتصفه ، يرتكز على نقطة تبعد ($0.6\,m$) يمين منتصف اللوح الخشبي ، كما هو موضح في الشكل . إذا كان النظام المكون من اللعبة والطفلين في حالة اتزان سكوني واللوح الخشبي في وضع افقي ، ومستعينا بالبيانات المثبتة في الشكل ، احسب مقدار ما يأتي :



- **وزن اللون الخشبي (F_g) .**
- **القوة (F_N) التي تؤثر بها نقطة الارتكاز في اللوح الخشبي .**

نطبق شرطي الاتزان السكوني (الاتزان الدوراني والاتزان الانتقالي) على النظام:

- حساب وزن اللوح الخشبي (F_g):

نطبق شرط الاتزان الدوراني حول نقطة الارتكاز (محور الدوران)، حيث تكون مجموع العزوم مساوية لصفر $(\sum \tau = 0)$.

$$\sum \tau = 0$$
$$\tau_2 + \tau_g - \tau_1 = 0$$
$$(420 \times 2) + (F_g \times 0.6) - (600 \times 1.5) = 0$$
$$840 + 0.60\,F_g - 900 = 0$$
$$F_g = \frac{60}{0.6} = 100\ N$$

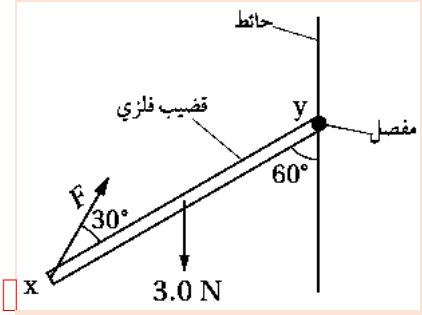
- حساب القوة العمودية (F_N):

نطبق شرط الاتزان الانتقالي الرأسي $(\sum F_y = 0)$:

القوى المؤثرة للأعلى = القوى المؤثرة لأسفل

$$F_N = F_{g1} + F_{g2} + F_g$$
$$F_N = 600 + 420 + 100$$
$$F_N = 1120\ N$$

سؤال كتاب الأنشطة : يبين الشكل قضيبًا فلزيًا (xy) منتظمًا ومتجانسًا قابلًا للدوران حول مفصل مثبت في حائط عند طرفه (y)، كما في الشكل. أثرت في القضيب قوة (F) عند طرفه (x)، والقضيب وزنه $(3\ N)$، وهو في حالة اتزان سكوني. ما مقدار القوة (F)؟

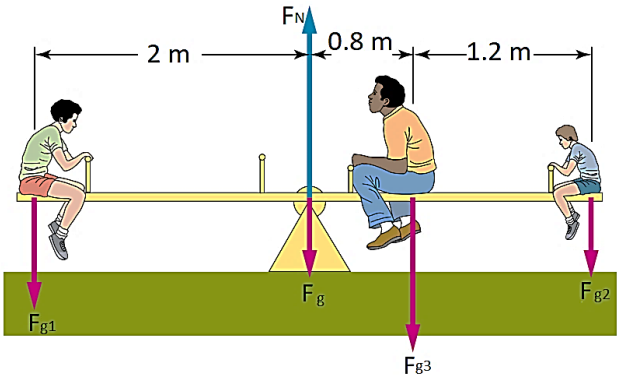


أ. $0.87N$ ب. $1.5N$

ج. $2.6N$ د. $5.2N$

سؤال كتاب الأنشطة : يقف شخص وزنه $(650N)$ على لوح خشبي منتظم وزنه $(250N)$ وطوله $(5m)$، يرتكز على دعامتين (A) و (B). الشخص يقف على بعد $(1.5m)$ من الدعامة (B)، مقدار القوتين (F_A) و (F_B) اللتين تؤثر بهما الدعامتان في اللوح بوحدة نيوتن (N)، هو:

سؤال (23) : لوح خشبي منتظم وزنه $300\ N$، وطوله $4\ m$ ، يرتكز من منتصفه على دعامة ، يجلس عليه ثلاثة أطفال كما في الشكل بما يجعل المجموعة متزنة . إذا علمت أن وزن الطفلين $F_{g1} = 600\ N$ ، $F_{g2} = 300\ N$ ، فاحسب :



- **وزن الطفل F_{g3} .**
- **قوة التلامس العمودية عند نقطة الارتكاز .**

نطبق شرطي الاتزان السكوني (الاتزان الدوراني والاتزان الانتقالي) على النظام:

حساب وزن الطفل الثالث (F_{g3}):

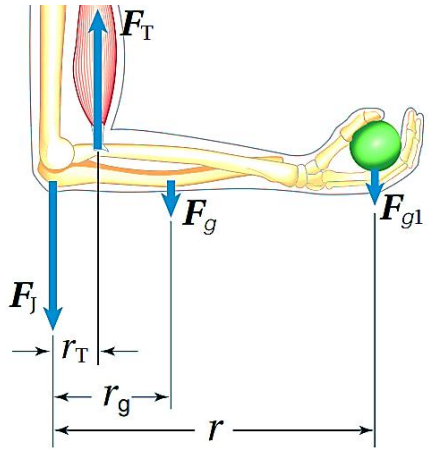
$$\sum \tau = 0$$
$$\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 = 0$$
$$(F_{g1}.r_1) + (-F_{g3}.r_3) + (-F_{g2}.r_2) = 0$$
$$(600 \times 2) - (F_{g3} \times 0.8) - (300 \times 2) = 0$$
$$1200 - 0.8\,F_{g3} - 600 = 0$$
$$F_{g3} = \frac{600}{0.8} = 750\ N$$

حساب قوة التلامس العمودية عند نقطة الارتكاز (F_N):

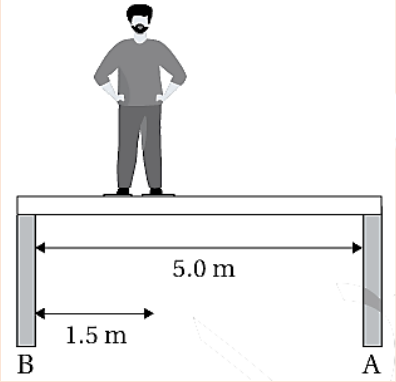
نطبق شرط الاتزان الانتقالي الرأسي $(\sum F_y = 0)$:

$$F_N = F_{g1} + F_g + F_{g3} + F_{g2}$$
$$F_N = 600 + 300 + 750 + 300$$
$$F_N = 1950\ N$$

سؤال (24) : ترفع جمان بيدها ثقلا وزنه ($40\ N$) ، في أثناء ممارستها للتمارين الرياضية في ناد رياضي . إذا علمت أن نقطة التقاء العضلة ثنائية الرأس بالساعد تبعد ($r_T = 5\ cm$) عن المرفق ، ووزن عظم الساعد والأنسجة فيه ($30\ N$) ويؤثر على بعد ($r_g = 15\ cm$) عن المرفق ، وبعد نقطة تأثير القوة في اليد ($r = 35\ cm$) عن المرفق ، والساعد متزن أفقيا في الوضع الموضح في الشكل ، فاحسب مقدار ما يأتي :



- **قوة الشد في العضلة (F_T) المؤثرة في الساعد بافتراضها رأسيا لأعلى .**



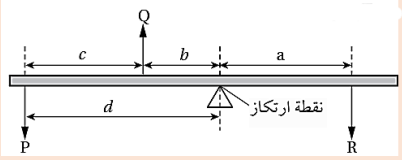
أ. $F_A = 450N\ ,F_B = 450N$

ب. $F_A = 320N\ ,F_B = 580N$

ج. $F_A = 195N\ ,F_B = 705N$

د. $F_A = 224N\ ,F_B = 676N$

سؤال كتاب الأنشطة : قضيب فلزي منتظم، تؤثر فيه ثلاث قوى (P, Q, R)، ويستقر متزنًا عند نقطة الارتكاز المبينة في الشكل. المعادلة الصحيحة التي تمثل $(\Sigma\tau = 0)$ هي:



أ. $(P \times c) + (Q \times b) = R \times a$

ب. $(R \times a) - (Q \times b) = P \times d$

ج. $(P \times d) + (Q \times b) = R \times a$

د. $(P \times d) - (Q \times b) = R \times a$

سؤال كتاب الأنشطة : يبين الشكل دائرتين مرسومتين على القرص نفسه، النسبة بين نصفي قطر الدائرة الخارجية إلى الدائرة الداخلية (5) . تؤثر في الدائرة الداخلية قوتان

- **القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد (F_J) .**

نطبق شرطي الاتزان السكوني (الاتزان الدوراني والاتزان الانتقالي) على عظم الساعد حول مفصل المرفق:

حساب قوة الشد في العضلة (F_T):

نطبق شرط الاتزان الدوراني حول المفصل كمحور دوران $(\sum \tau = 0)$:

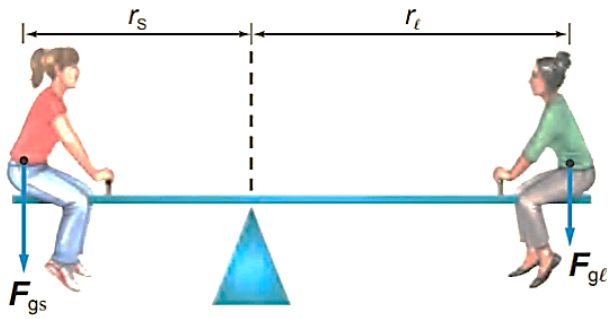
$$\sum \tau = 0$$
$$\tau_T - \tau_g - \tau_{g1} = 0$$
$$(F_T \times 0.05) - (30 \times 0.15) - (40 \times 0.35) = 0$$
$$F_T = \frac{18.5}{0.05} = 370\ N$$

حساب القوة التي يؤثر بها المرفق في الساعد (F_J):

نطبق شرط الاتزان الانتقالي الرأسي $(\sum F_y = 0)$:

$$F_T = F_J + F_g + F_{g1}$$
$$370 = F_J + 30 + 40$$
$$F_J = 370 - 70 = 300\ N$$

سؤال (25) : تلعب سعاد وليلى على لعبة ميزان (السيسو) طولها $1.75\ m$ ، بحيث تحافظان على وضع الاتزان للعبة ، فإذا كانت كتلة سعاد $56\ Kg$ وكتلة ليلى $43\ Kg$ ، فما موضع نقطة الارتكاز عن كل منهما ، بإهمال وزن لوح لعبة الميزان .



حتى تتوازن اللعبة، يجب أن يكون العزم المحصل حول نقطة الارتكاز مساوياً لصفر $(\sum \tau = 0)$:

$$\tau_s + \tau_l = 0$$
$$(F_{gs}.r_s) + (-F_{gl}.r_l) = 0$$
$$56\ r_s = 43\ r_l$$
$$r_s = 0.7678\ r_l$$

نعلم أن مجموع البُعدين يساوي الطول الكلي للعبة $(r_s + r_l = 1.75\ m)$:

$$0.7678\ r_l + r_l = 1.75$$
$$1.7678\ r_l = 1.75$$
$$r_l = \frac{1.75}{1.7678} = 0.99\ m$$

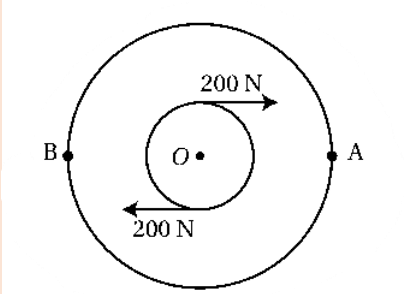
حساب بُعد نقطة الارتكاز عن سعاد (r_s):

$$r_s = 1.75 - r_l = 1.75 - 0.99 = 0.76\ m$$

مركز الكتلة

هو النقطة التي يمكن افتراض كتلة الجسم كاملة مركزة فيها ، وقد تقع داخل الجسم أو خارجه .

متعاكستان مقدار كلّ منهما $(200N)$ ، وتؤثّر في الدائرة الخارجية قوّتان كلّ منهما (F) . كي يكون العزم المحصل الناتج عن القوى الأربعة (صفرًا)، فإن (F) مقدارا واتجاهها عند النقطتين (A) و (B) تساوي:



أ. $500N$. (F_A) باتجاه $(-y)$ ، (F_B) باتجاه $(+y)$

ب. $500N$. (F_A) باتجاه $(+y)$ ، (F_B) باتجاه $(-y)$

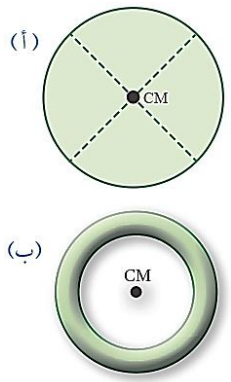
ج. $80N$. (F_A) باتجاه $(-y)$ ، (F_B) باتجاه $(+y)$

د. $80N$. (F_A) باتجاه $(+y)$ ، (F_B) باتجاه $(-y)$

سؤال كتاب الأنشطة : يوضّح الشكل المجاور جسرًا منتظمًا متجانسًا طوله $(8m)$، ووزنه $(F_g = 100N)$، يرتكز طرفاه على ضفّتي نهر. وقف شخص وزنه $(F_{g1} = 800N)$ على بعد (r) من الطرف (A) فأتزن اللوح بحيث تكون القوة العمودية المؤثرة في الطرف (A) من

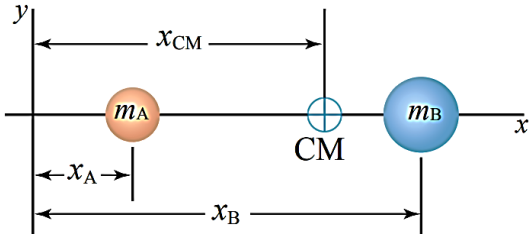
موقع مركز الكتلة

- الجسم غير منتظم الشكل ، يكون مركز الكتلة أقرب إلى المنطقة ذات الكتلة الأكبر
- ينطبق موقع مركز الكتلة في أي جسم متماثل منتظم توزيع الكتلة (متجانس) على مركزه الهندسي .
  - يقع مركز كتلة قضيب فلزي منتظم داخله ، وفي منتصف المسافة بين نهايتيه
  - يقع مركز كتلة مسطرة أو أسطوانة أو كرة أو مكعب في المركز الهندسي لكل منها .
  - مركز كتلة كرة مجوفة يقع عند مركزها بالرغم من عدم وجود مادة الكرة عند تلك النقطة .
  - مركز كتلة حلقة دائرية يقع في مركزها بالرغم من عدم وجود مادة الحلقة عند تلك النقطة .



(أ) قرص مصمت أو مجوّف، (ب) حلقة دائرية.

- عندما يتكون النظام من جسمين متماثلين في الكتلة متصلين ، فإن مركز كتلة النظام يقع عند منتصف المسافة بين الثقلين .
- عندما يتكون النظام من جسمين مختلفين في الكتلة متصلين ، فإن مركز كتلة النظام يقع على الخط الواصل بين الثقلين ، وأقرب إلى الجسم الأكبر كتلة .



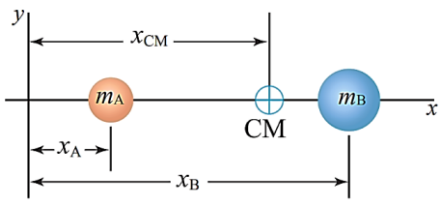
مركز الكتلة لجسيمين مختلفين في الكتلة يقعان على محور x هو (x_{CM})، يكون أقرب للكتلة الأكبر.

انتبه : يكون الجسم متزنا عند تعليقه من مركز كتلته ، حيث يكون العزم المحصل المؤثر فيه يساوي صفرا .

يتم حساب موضع مركز الكتلة لنظام مكون من جسمين أو أكثر رياضيا من العلاقة :

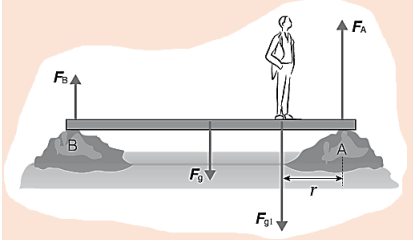
$$X_{CM} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + \cdots}{m_1 + m_2 + \cdots}$$

سؤال (26) : يكون العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفر . كيف يمكنني استخدام هذه الطريقة لتحديد الاحداثي X_{CM} لمركز كتله النظام الموضح في الشكل .



نفرض ان العزم المحصل لجسيمات نظام حول مركز كتلته يساوي صفر وان محور الدوران محور ثابت عمودي

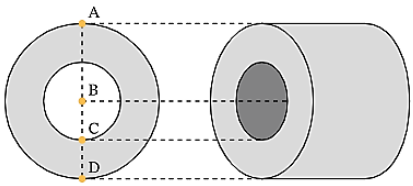
الجسر متلاي القوة العمودية المؤثرة في الطرف (B). أحسب البعد (r) .



على مستوى الصفحه يمر بمركز كتله النظام الموضح في الشكل ويكون عزم مركز كتله النظام حول المحور صفرا .

$$\sum \tau_{CM} = 0$$
$$m_A(x_{CM} - x_A) - m_B(x_B - x_{CM}) = 0$$
$$m_A x_{CM} - m_A x_A - m_B x_B + m_B x_{CM} = 0$$
$$x_{CM}(m_A + m_B) = m_A x_A + m_B x_B$$
$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

سؤال (27) : أسطوانة مجوَّفة ذات جدران سميكة، ترتكز على جدارها الخارجي، كما هو موضَّح بالشكل. يتضمَّن الشكل مقطعًا عرضيًّا للأسطوانة موضَّحة عليه النقاط (A ، B ، C ، D) ، أيُّ النقاط تقع على الخط الأفقي الذي يمرُّ بمركز كتلة الأسطوانة ؟



النقطة B هي النقطة التي تقع على المحور الذي يمثل مركز الكتلة

سؤال (28) : ما هو المفهوم الفيزيائي لمركز الكتلة؟

مركز الكتلة هو النقطة التي يمكن افتراض أن كتلة النظام ككل مركزة فيها .

سؤال (29) : هل يشترط أن يقع مركز الكتلة داخل جسم المادة نفسه؟ وضح بإعطاء مثال.

لا، لا يشترط . فقد يقع مركز الكتلة في الفراغ المحيط بالمادة أو المفرغ منها .

مثال : الحلقة الدائرية (مثل الخاتم)، حيث يقع مركز الكتلة في المركز الهندسي للحلقة وهو في الفراغ المنتصف تماماً .

سؤال (30) : أين يقع مركز كتلة جسمٍ مُنتظمٍ متماثل؟ وأين يقع مركز كتلة جسمٍ غير منتظم الشكل؟

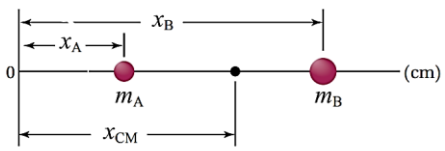
- الجسم المنتظم المتماثل (ذو الكثافة المنتظمة):

يقع مركز كتلته في المركز الهندسي (المركزي) للجسم تماماً.

- الجسم غير المنتظم الشكل (أو غير المنتظم الكثافة):

يقع مركز كتلته أقرب دائماً إلى الجزء الأكثر كُثافة أو الجزء الأثقل حسماً من الجسم (ولا يشترط أن يكون في المنتصف الهندسي، كما يمكن أن يقع في الفراغ المحيط بالجسم كما في الأجسام المجوفة كالحلقة أو الكرسي المطوي).

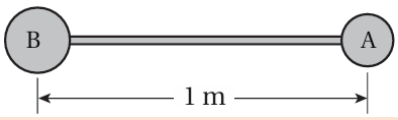
سؤال (31) : حدد موضع مركز الكتلة لنظام يتكون من كرتين ($m_A = 1Kg$ ، $m_B = 3Kg$) ، كما هو موضح في الشكل ، إذا علمت أن ($x_A = 5cm$) و أن ($x_B = 15cm$) .



$$x_{CM} = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$
$$x_{CM} = \frac{(1 \times 5) + (3 \times 15)}{1 + 3}$$
$$x_{CM} = \frac{50}{4} = 12.5\ cm$$

النتيجة : موقع مركز الكتلة للنظام يقع عند $12.5\ cm$ من نقطة الأصل .

سؤال كتاب الأنشطة : يبين الشكل نظامًا يتكون من قضيب طوله $(1m)$ كتلته مهملة، ومثبت في طرفيه كرتين مهملتي الأبعاد، $(m_A = 2Kg)$ و $(m_B = 3Kg)$ مركز كتلة النظام يقع على بعد :



أ. $40cm$ من الكرة (A)

ب. $40cm$ من الكرة (B)

ج. $20cm$ من الكرة (A)

د. $20cm$ من الكرة (B)

سؤال (29) : هل يشترط أن يقع مركز الكتلة داخل جسم المادة نفسه؟ وضح بإعطاء مثال.

لا، لا يشترط . فقد يقع مركز الكتلة في الفراغ المحيط بالمادة أو المفرغ منها .

مثال : الحلقة الدائرية (مثل الخاتم)، حيث يقع مركز الكتلة في المركز الهندسي للحلقة وهو في الفراغ المنتصف تماماً .

سؤال (30) : أين يقع مركز كتلة جسمٍ مُنتظمٍ متماثل؟ وأين يقع مركز كتلة جسمٍ غير منتظم الشكل؟

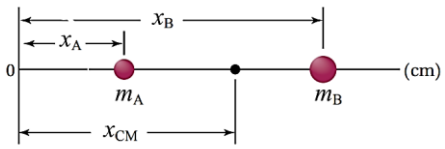
- الجسم المنتظم المتماثل (ذو الكثافة المنتظمة):

يقع مركز كتلته في المركز الهندسي (المركزي) للجسم تماماً.

- الجسم غير المنتظم الشكل (أو غير المنتظم الكثافة):

يقع مركز كتلته أقرب دائماً إلى الجزء الأكثر كُثافة أو الجزء الأثقل حسماً من الجسم (ولا يشترط أن يكون في المنتصف الهندسي، كما يمكن أن يقع في الفراغ المحيط بالجسم كما في الأجسام المجوفة كالحلقة أو الكرسي المطوي).

سؤال (31) : حدد موضع مركز الكتلة لنظام يتكون من كرتين $(m_A = 1Kg)$ ، $(m_B = 3Kg)$ ، **كما هو موضح في الشكل ، إذا علمت أن** $(x_A = 5cm)$ **و أن** $(x_B = 15cm)$.



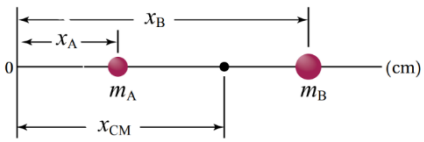
$$x_{CM} = \frac{m_A\,x_A + m_B\,x_B}{m_A + m_B}$$

$$x_{CM} = \frac{(1 \times 5) + (3 \times 15)}{1 + 3}$$

$$x_{CM} = \frac{50}{4} = 12.5\ cm$$

النتيجة : موقع مركز الكتلة للنظام يقع عند $12.5\ cm$ من نقطة الأصل .

سؤال (32) : حدد موضع مركز الكتلة لنظام يتكون من كرتين $(m_A = m_B = 4Kg)$ ، **كما هو موضح في الشكل ، إذا علمت أن** $(x_A = 5\ cm)$ **و أن** $(x_B = 15\ cm)$



$$x_{CM} = \frac{m_A\,x_A + m_B\,x_B}{m_A + m_B}$$

$$x_{CM} = \frac{(4 \times 5) + (4 \times 15)}{4 + 4}$$

$$x_{CM} = \frac{80}{8} = 10\ cm$$

النتيجة : موقع مركز الكتلة للنظام يقع عند $10\ cm$ من نقطة الأصل .

سؤال (33) : كتلتان $m_1 = 2\ kg$ **و** $m_2 = 4\ kg$ **تقعان على محاور** x **. إذا كانت الكتلة الأولى عند الموقع** $x_1 = 1\ m$ **والكتلة الثانية عند** $x_2 = 4\ m$ **، أوجد موقع مركز كتلة هذا النظام.**

$$x_{CM} = \frac{m_A\,x_A + m_B\,x_B}{m_A + m_B}$$

$$x_{CM} = \frac{(2 \times 1) + (4 \times 4)}{2 + 4}$$

سؤال 8 : إذا وضعنا كتلتين m_1 و m_2 على محور (x)، بحيث كانت $m_1 > m_2$. أين يقع مركز الكتلة بالنسبة للنقطة المنتصفة بينهما؟

سؤال 9 : كتلتان نقطيتان $m_1 = 4\ kg$ عند الموقع $x_1 = -2\ m$، و $m_2 = 6\ kg$ عند الموقع $x_2 = 8\ m$. أوجد موقع مركز كتلة النظام على المحور x.

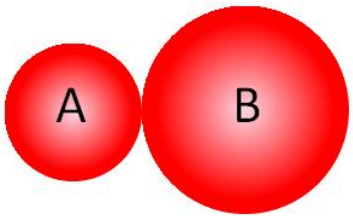
الربط بالحياة

عند حدوث عدم تماثل في توزيع كتلة إطار السيارة، نتيجة حدوث تآكل في بعض أجزاء الإطار مثلًا؛ فإن مركز كتلة الإطار لا ينطبق مع مركزه الهندسي الذي يمر في محور الدوران، ممّا يسبب اهتزاز إطار السيارة خصوصًا عند السرعات العالية. ولضمان توزيع منتظم لكتلة الإطار حول محور الدوران (بحيث ينطبق مركز كتلته مع مركزه الهندسي) ؛ توضع قطع رصاص على الجزء الفلزّي منه، وهذا بدوره يؤدي إلى التخلص من اهتزاز الإطار خصوصًا عند السرعات العالية .

$$x_{CM} = \frac{18}{6} = 3\ cm$$

النتيجة : موقع مركز الكتلة للنظام يقع عند $3\ cm$ من نقطة الأصل .

سؤال (34) : في الشكل ، نصف قطر الكرة (A) يساوي 4 cm وكتلتها 20 Kg، ونصف قطر الكرة (B) يساوي 12 cm وكتلتها 30 Kg ، أحسب بعد مركز الكتلة عن مركز الكرة (A) .



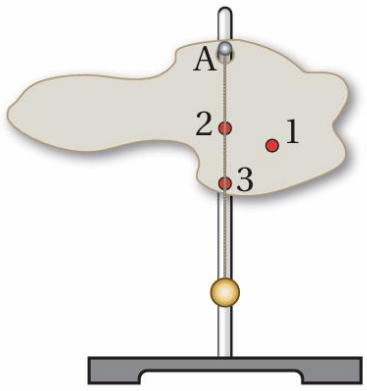
$$x_{CM} = \frac{m_A\, x_A + m_B\, x_B}{m_A + m_B}$$

$$x_{CM} = \frac{(20 \times 0) + (30 \times 16)}{20 + 30}$$

$$x_{CM} = \frac{480}{50} = 9.6\ cm$$

النتيجة : موقع مركز الكتلة للنظام يقع عند $9.6\ cm$ من نقطة الأصل (مركز الكرة A) .

سؤال (35) : أجرت طالبة تجربة لإيجاد موقع مركز الكتلة لصفيحة غير منتظمة الشكل. حددت الطالبة ثلاث نقاط توقعت أن مركز الكتلة يقع عندها، ثم علقت الصفيحة من النقطة (A) وانتظرت إلى أن توقف الشاقول المعلق عن التأرجح، واستقر كما في الشكل.



- **أصدر حكما: أي من النقاط الثلاث من المحتمل أن يقع مركز الكتلة عندها؟ أبرر إجابتي.**
- **أقترح خطوة إضافية على الطالبة أن تقوم بها لتحدد موقع مركز الكتلة بدقة.**

الحكم: النقطة المحتملة هي (2) .

التبرير : عند تعليق جسم تعليقاً حراً، يمرّ خط الشاقول (الرأسي) دائماً بنقطة التعليق وبمركز الكتلة للصحيفة وأقرب للجزء الذي كتلته أكبر، حيث يستقر الجسم عندما تكون محصلة عزوم القوى حول نقطة التعليق مساوية للصفر .

الخطوة الإضافية:

أن تقوم بتعليق الصفيحة تعليقاً حراً من نقطة تعليق أخرى مختلفة (ولتكن نقطة B على حافة الصفيحة)، ثم ترسم خط الشاقول الراسي الممتد من هذه النقطة الجديدة.

مراجعة الدرس :

الفكرة الرئيسة: ما الشرطان اللذين يجب أن يتحققا معًا كي يكون الجسم أو النظام متزنًا؟

كي يكون الجسم أو النظام في حالة اتزان ميكانيكي كامل (الاتزان الشامل)، يجب أن يتحقق الشرطان التاليان معاً:

- الشرط الأول (الاتزان الانتقالي) :أن تكون محصلة القوى الخارجية المؤثرة في الجسم مساوية للصفر.

$$\sum F = 0$$

- الشرط الثاني (الاتزان الدوراني) :أن تكون محصلة عزوم القوى الخارجية المؤثرة في الجسم حول أي نقطة مساوية للصفر.

$$\sum \tau = 0$$

أوضّحُ المقصود بمركز كتلة جسم .

مركز الكتلة $(Center\ of\ Mass)$ هو النقطة التي يتصرف فيها الجسم كأنه كتلة نقطية يُفترض أن كتلة الجسم كاملةً مُتركزة فيها، وتتحرك هذه النقطة بالطريقة نفسها التي يتحرك بها الجسم لو أثرت محصلة القوى الخارجية في هذه النقطة مباشرةً.

أفسّرُ: أثّرت قوًى عدّة في جسم؛ بحيث تمرُّ خطوط عملها في مركز كتلته، وكانت القوّة المحصلة المؤثّرة فيه تساوي صفرًا . هل يكون الجسم مُتّزنًا أم لا؟ أبرر إجابتي .

نعم، يكون الجسم متزناً (اتزاناً تاماً).

التبرير:

- تحقق شرط الاتزان الانتقالي :القوة المحصلة تساوي صفراً $(\sum F = 0)$.
- تحقق شرط الاتزان الدوراني :بما أن جميع خطوط عمل القوى تمر بمركز الكتلة، فإن البُعد العمودي (ذراع القوة r) لكل قوة بالنسبة لمركز الكتلة يساوي صفراً$(r = 0)$ ؛ وبالتالي فإن عزم كل قوة يساوي صفراً$(\tau = 0)$ ، فتكون محصلة العزوم مساوية للصفر أيضاً$(\sum \tau = 0)$.

بما أن شرطي الاتزان الانتقالي والدوراني قد تحققا معاً، فإن الجسم يكون متزناً.

أقارنُ بين الاتّزان السكونيّ والاتّزان الحركي من حيث : القوّة المُحصّلة المؤثّرة، السرعة الخطّية، التسارُع الخطّي .

جدول المقارنة من حيث وجه الشبه والاختلاف بناءً على العناصر المطلوبة:

وجه المقارنة	الاتّزان السكوني	الاتّزان الحركي
القوّة المُحصّلة المؤثّرة $(\sum F)$	صفر	صفر
التسارُع الخطّي (a)	صفر	صفر
السرعة الخطّية (v)	صفر	متحرك بسرعة ثابتة

أتوقع: رأت ذكرى أخاها يحاول فكَّ إطار سيارته المثقوب باستخدام مفتاح شدٍّ لفكّ الصواميل التي تُثبّت الإطار، لكنه لم يستطع فكّها . أذكر طريقتين -على الأقل- يُمكن أن تقترحهما ذكرى على أخيها لمساعدته على فكّ الصواميل . أُفسّر إجابتي .

كي يتمكن من فك الصواميل المشدودة، يتطلب الأمر زيادة عزم القوة ($\tau = F\ r\ sin\theta$) المتولد حول محوّرد الصامولة. الطريقتان هما:

- استخدام مفتاح شَدّ بطول أكبر (أو إدخال أنبوب معدني في مقبض المفتاح الحالي لزيادة طوله):

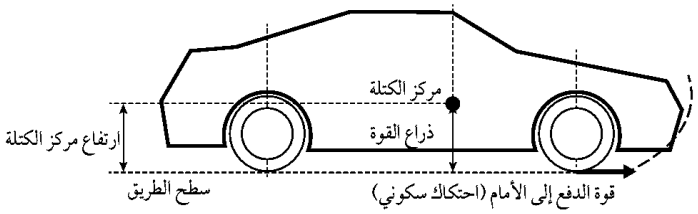
التفسير :زيادة طول مقبض المفتاح تعني زيادة طول ذراع القوة (r) . وبما أن العزم يتناسب طردياً مع ذراع القوة ، سيتولد عزم أكبر بكثير بجهد وقوة أقل.

- التأثير بالقوة في اتجاه عمودي تماماً (90°) على المقبض وفي أقصى طرفه:

التفسير :جعل الزاوية بين اتجاه القوة والمقبض مساوية لـ $\theta = 90^\circ$ يحقق أكبر قيمة لـ $sin(90) = 1$؛ مما يعطي أكبر عزم دوران ممكن لنفس القوة المطبقة.

- (طريقة إضافية: تطبيق قوة دفع أو سحب أكبر أو الاستعانة بوزن الجسم عند الضغط على الطرف) .

التفكير الناقد: عند انطلاق السيارة بشكل مفاجئ؛ قد ترتفع مقدمتها إلى الأعلى . مستعينًا بالشكل المجاور؛ أفسر سبب ذلك .



تفسير سبب ارتفاع مقدمة السيارة عند الانطلاق المفاجئ:

1. نشوء قوة الدفع (قوة الاحتكاك السكوني):

عند الانطلاق المفاجئ، تؤثر الطريق على إطارات السيارة بقوة دفع للأمام وهي قوة احتكاك سكوني عند مستوى سطح الطريق.

2. وجود ذراع للقوة بالنسبة لمركز الكتلة:

خط عمل قوة الدفع هذه لا يمر بـ مركز كتلة السيارة، بل يبعد عنه مسافة رأسية تُشكّل ذراع القوة (ارتفاع مركز الكتلة عن سطح الطريق) .

3. تولّد عزم دوران:

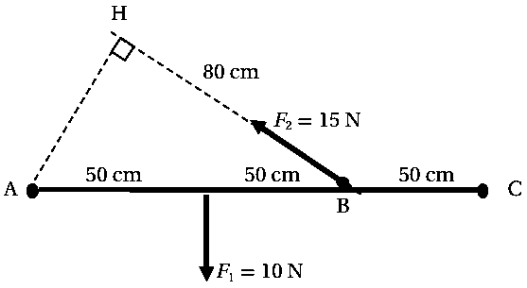
بما أن القوة تبعد بمسافة عمودية (ذراع القوة) عن مركز الكتلة، فإنها تُولّد عزم دوران ($\tau = F\ r$) حول محور يمر بمركز كتلة السيارة.

4. اتجاه الدوران:

يعمل هذا العزم على تدير هيكل السيارة حول مركز كتلته بالاتجاه الموضح في

الشكل (عكس عقارب الساعة)، مما يسبب ارتفاع مقدمة السيارة إلى الأعلى وانخفاض الجزء الخلفي منها.

أستخدم الأرقام: في الشكل المجاور أحسب العزم المحصل للقوى المبينة في الشكل، حول محور دوران عمودي على الصفحة:



أ. يمر بالنقطة (A).

ب. يمر بالنقطة (B).

جـ. يمر بالنقطة (C).

حول (A) :

$$\sum \tau = F_1 r_1 sin\theta_1 + F_2 r_2 sin\theta_2$$
$$= (-10 \times 0.5 \times sin90) + (15 \times 1 \times \frac{60}{100})$$
$$= -5 + 9 = 4\ N.m$$

عكس عقارب الساعة

حول (B) :

$$\sum \tau = F_1 r_1 sin\theta_1 + F_2 r_2 sin\theta_2$$
$$= (10 \times 0.5 \times sin90) + (15 \times 0 \times sin\theta)$$
$$= 5 = 5\ N.m$$

عكس عقارب الساعة

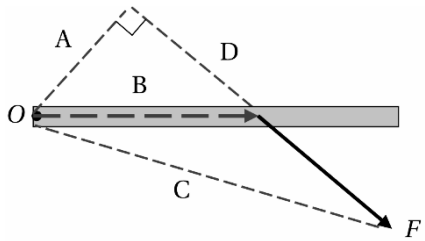
حول (C) :

$$\sum \tau = F_1 r_1 sin\theta_1 + F_2 r_2 sin\theta_2$$
$$= (10 \times 1 \times sin90) + (-15 \times 0.5 \times \frac{60}{100})$$
$$= 5 + (-4.5) = 0.5\ N.m$$

عكس عقارب الساعة

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة ممّا يأتي:

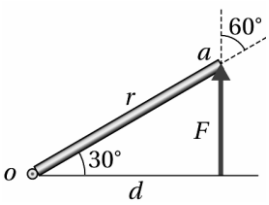
1. يبين الشكل قوة (F) تعمل على تدوير الجسم حول محور يمر بالنقطة (O)؛ فإن ذراع القوة هو الخط المشار إليه بالرمز:



أ. A ب. B

جـ. C د. D

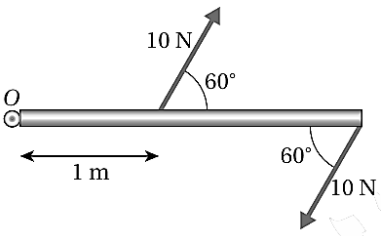
2. يبين الشكل جسمًا قابلًا للدوران حول محور يمرُّ بالنقطة (O)، تؤثر فيه قوة (F) عند النقطة (a). بالاعتماد على الشكل وبياناته؛ فإن عزم هذه القوة يساوي:



أ. $+rF\ sin150$ ب. $-rF\ sin60$

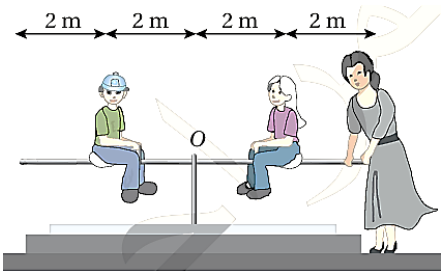
جـ. $-dF$ د. $+dF$

3. يبين الشكل المجاور مقطعًا عرضيًا لباب طوله $(2.5\ m)$، ومحورًا دورانه يمر بالنقطة (O). بالاعتماد على البيانات المثبتة على الشكل؛ فإن العزم المحصل المؤثر في الباب بوحدة $(N.m)$:



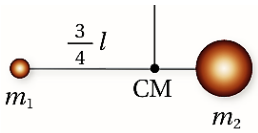
أ . $35\ sin60$ ، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .
ب . $35\ \sin60$ ، مع اتجاه حركة عقارب الساعة .
جـ. $15\ son120$ ، عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .
د . $15\ sin120$ ، مع اتجاه حركة عقارب الساعة .

4. تجلس فتاة وأخوها على لعبة $(see-saw)$، كما هو مبين في الشكل، كتلة الفتاة $(40\ Kg)$ وكتلة الولد $(50\ Kg)$. وكي يبقى اللوح متزنًا تمسك الأم بطرف اللوح، وتؤثر فيه بقوة مقدارها واتجاهها:



أ . $50\ N$ ، للأعلى ب . $50\ N$ ، للأسفل
جـ. $100\ N$ ، للأعلى د . $100\ N$ ، للأسفل

5. يبين الشكل المجاور كرتين كتلتيهما $(m_1\ ,m_2)$، تتصلان بقضيب فلزّي خفيف كتلته مُهملة وطوله (l)، يتزن النظام عند تعليقه من مركز كتلته الذي يبعد عن الكرة الأولى $(\frac{3}{4}l)$، فيكون مقدار كتلة الكرة (m_1):



أ . $\frac{1}{4}m_2$ ب . $\frac{1}{3}m_2$ جـ. $\frac{2}{3}m_2$ د . $\frac{3}{4}m_2$

الدرس الثاني :

ديناميكا الحركة الدورانية

وصف الحركة الدورانية

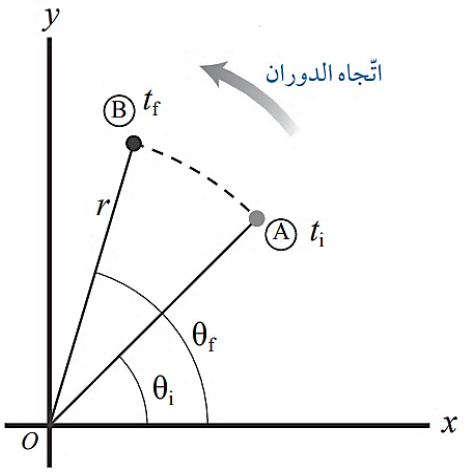
تقسم الحركه في الطبيعه الى قسمين : (انتقاليه ، دورانيه) .

- لوصف الحركه الانتقاليه نستخدم مفاهيم : الازاحه الخطيه والسرعه الخطيه والتسارع الخطي .
- لوصف الحركه الدورانيه نستخدم مفاهيم : الازاحه الزاويه والسرعه الزاويه والتسارع الزاوي .

الازاحة الزاوية

للتعبير عن الازاحه الزاويه يلزم فهم نقطتين ، وهما :

الموقع الزاوي (θ) : هو الزاويه التي يصنعها الخط الواصل بين الجسيم ونقطه الاصل مع الخط المرجعي ($+x$) .

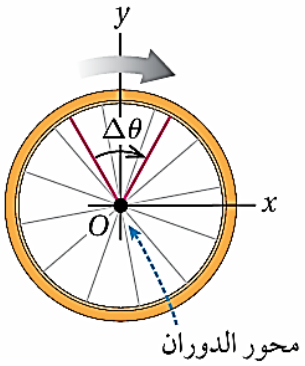


الإزاحه الزاويه ($\Delta\theta$) : هي التغير في الموقع الزاوي وهي الزاويه التي يمسحها نصف قطر المسار الدائري الذي يدور مع الجسم .

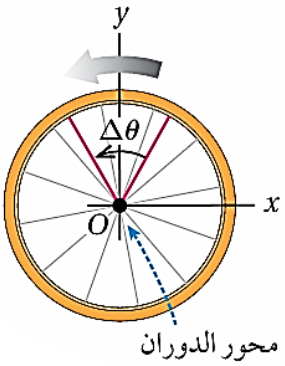
انتبه :

- تعد الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) موجبه عند الدوران بعكس اتجاه دوران عقارب الساعه .
- تعد الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) سالبه عند الدوران باتجاه دوران عقارب الساعه .

الدوران باتجاه حركة عقارب الساعة.



الدوران بعكس اتجاه حركة عقارب الساعة.



ملاحظات مهمة جدا :

يعبر عن الموقع الزاوي وعن الازاحه الزاويه بوحده القياس (rad) وللتحويل :

- من deg إلى rad : نضرب في $\frac{\pi}{180}$.
- من rad إلى deg : نضرب في $\frac{180}{\pi}$.

تحسب الإزاحة الزاوية رياضيا بالعلاقة :

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$$

سؤال (36) : يدور جسم من الموقع $\theta = 30^o$ الى الموقع $\theta = 300^o$ مع عقارب الساعه ، احسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta = -90^o = -\frac{\pi}{2} rad$$

سؤال (37) : يدور جسم من الموقع $\frac{\pi}{3} rad$ الى الموقع $\frac{2\pi}{3} rad$ عكس عقارب الساعه . احسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{3} rad$$

سؤال (38) : يكمل جسم 3.5 دوره مع عقارب الساعة ، احسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta = 2\pi n = 2\pi \times (-3.5) = -7\pi\ rad$$

سؤال (39) : يدور محرك بعجلة وتصنع $n = 8$ دورات كاملة. احسب الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$ المقطوعة بدلالة π وبالقيمة العددية.

$$\Delta\theta = 2\pi n = 2\pi \times (8) = 16\pi\ rad$$
$$\Delta\theta = 16 \times 3.14 = 50.24\ rad$$

سؤال (40) : يدور جسم حول محور دوران بحيث يقطع مسافة $50\ m$ ، فاذا كان نصف قطر مسار الدوران $10\ m$، فاحسب الازاحه الزاويه .

$$\Delta\theta = \frac{S}{r} = \frac{50}{10} = 5\ rad$$

سؤال (41) : يدور قرص نصف قطره $r = 0.5\ m$، إذا كانت الإزاحة الزاوية لنقطة على حافته تساوي $\theta = 4\ rad$، فاحسب طول القوس (S) الذي قطعت تلك النقطة.

$$S = r\theta$$
$$S = 0.5 \times 4 = 2\ m$$

سؤال (42) : تحرك جسم من الموقع ($\theta = 30$) إلى الموقع ($\theta = 120$) عكس اتجاه دوران عقارب الساعة ، أوجد :

- **الازاحة الزاوية .**
- **عدد دورات الجسم .**

$$\Delta\theta = 90^o = \frac{\pi}{2} rad$$
$$\Delta\theta = 2\pi n$$
$$\frac{\pi}{2} = 2\pi n \qquad \rightarrow n = \frac{1}{4} rev$$

السرعة الزاوية

السرعه الزاويه المتوسطة : هي نسبه الازاحه الزاويه ($\Delta\theta$) للجسم الى الفتره الزمنيه (Δt) الذي حدثت خلاله هذه الازاحه . وتعطى بالعلاقه :

سؤال 10 : تحرك جسم على مسار دائري من موقع زاوي ابتدائي $\theta_i = 1.2\ rad$ إلى موقع زاوي نهائي $\theta_f = 5.8\ rad$. احسب مقدار الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$ للجسم.

ملاحظات مهمة جدا :

يمكن أن نقوم بحساب الإزاحة الزاوية من العلاقة :

$$\Delta\theta = 2\pi n$$

حيث (n) عدد الدورات التي يكملها الجسم أثناء الدوران .

يمكن أن نقوم بحساب الإزاحة الزاوية من العلاقة :

$$\Delta\theta = \frac{S}{r}$$

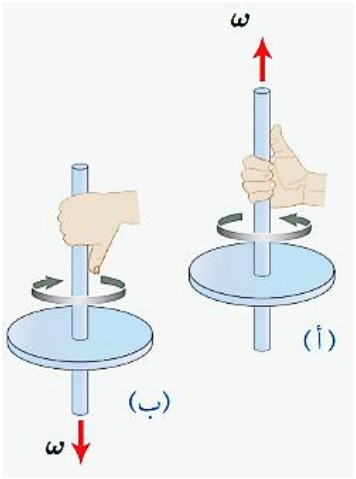
حيث (S) طول القوس ، (r) نصف قطر المسار .

سؤال 11 : جسم يتحرك على مسار دائري نصف قطره $0.5\ m$، وقطع قوساً طوله $1.5\ m$. احسب الإزاحة الزاوية للجسم.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

- تقاس السرعه الزاويه بوحده (rad/s) .

انتبه : أينما ورد مصطلح السرعه الزاويه في هذه الماده فهذا يعني أن السرعة الزاوية لحظية .



عند دوران الجسم بعكس اتجاه عقارب الساعه تكون ازاحته الزاويه موجبه ، لذلك تكون سرعته الزاويه موجبه ايضا . اما عند دوران باتجاه حركه عقارب الساعه فان ازاحته الزاويه وسرعته الزاويه سالبتان .

لتحديد اتجاه السرعه الزاويه للجسم نستخدم قبضه اليد اليمنى ، بحيث تشير قبضه اصابع اليد اليمنى الى اتجاه دوران الجسم ، ويشير اتجاه الابهام الى اتجاه السرعه الزاويه كما في الشكل المجاور .

- عند دوران الجسم حول المحور (z) بعكس اتجاه عقارب الساعه يكون متجه السرعه خارجا من الصفحه $(+z)$، اما عند دوران الجسم باتجاه حركه عقارب الساعه حول المحور (z) يكون متجه السرعه داخلا الى الصفحه $(-z)$.
- عند دوران الجسم حول المحور (y) عكس عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($+y$) ، وعند دوران الجسم حول المحور (y) مع حركه عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($-y$) .
- عند دوران الجسم حول المحور (x) عكس عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($+x$) ، وعند دوران الجسم حول المحور (x) مع حركه عقارب الساعه يكون متجه السرعه باتجاه المحور ($-x$) .

سؤال (43) : يدور جسم بسرعه زاويه مقدارها ($3.5\ rad/s$) باتجاه عقارب الساعه فاذا كانت سرعته ثابته لمده ($4\ s$) ، فاحسب الازاحه الزاويه للجسم بوحده (rad) وبوحده (deg) .

$$\Delta\theta_{rad} = \omega.\Delta t = -3.5 \times 4 = -14\ rad$$
$$\Delta\theta_{deg} = -14 \times \frac{180}{\pi} = 802.55^{\circ}$$

سؤال (44) : يتحرك جسم من الموقع $\frac{\pi}{6}$ الى الموقع $\frac{\pi}{2}$ عكس عقارب الساعه خلال $2\ ms$ ، احسب السرعه الزاويه المتوسطه لهذا الجسم

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{\pi}{3}}{2\times10^{-3}} = \frac{\pi}{6} \times 10^{3} rad/s$$

الربط بالفلك

كوكبُ الأرض جسم يتحرّك حركةً دورانيّة، ويكون لأجزائه جميعها الإزاحة الزاويّة نفسها، وبالتالي السرعة الزاويّة نفسها، في حين يقطع كلُّ جزءٍ منها مسافاتٍ مختلفةً في كلّ دورةٍ نتيجة اختلاف بُعد كلٍّ منها عن محور الدوران .

سؤال (45) : تتحرك سياره على دوار نصف قطره $5\ m$ بحيث تقطع $8\ m$ على الدوار خلال $0.2\ s$ ، احسب السرعه الزاويه للسياره ، ثم احسب السرعة الخطية لها .

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\frac{S}{r}}{\Delta t} = \frac{\frac{8}{5}}{0.2} = 8\ rad/s$$
$$v = \omega.r = 8 \times 5 = 40 m/s$$

سؤال (46) : يكمل جسم $50\ rev$ خلال ($4\ s$) ، احسب سرعته الزاويه اذا كان الجسم يدور باتجاه عكس عقارب الساعه .

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{2\pi n}{\Delta t} = \frac{2\pi \times 50}{4} = 25\pi\ rad/s$$

سؤال (47) : اذا كانت السرعه الزاويه للجسم $1.4\ rad/s$ باتجاه عقارب الساعه ودامت حركته $12\ s$ ، فاحسب عدد الدورات التي يحققها هذا الجسم .

$$\Delta\theta = \omega.\Delta t = -1.4 \times 12 = 16.8\ rad$$
$$n = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{16.8}{2\pi} = 2.67\ rev$$

التسارع الزاوي

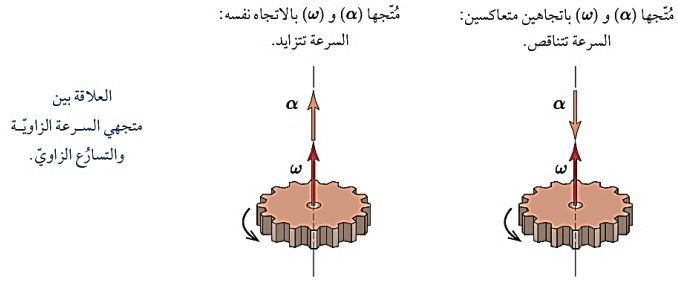
التسارع الزاوي : هو نسبه التغير في مقدار السرعه الزاويه الى الزمن اللازم لحدوث هذا التغير ، ويرمز له بالرمز (α) ، ويقاس بوحده (rad/s^2) ، ويعبر عنه رياضيا بالعلاقه الرياضية :

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

انتبه : عند دوران جسم بتسارع زاويه ثابت فان تسارعه الزاوي المتوسط يساوي تسارعه الزاوي اللحظي ، وفي هذا الدرس نستخدم مصطلح التسارع الزاوي للاشاره الى التسارع الزاوي اللحظي .

سؤال (48) : كيف يمكن الاستفاده من اشاره التسارع الزاوي ؟

عندما تكون اشاره التسارع الزاوي α مماثله لاشاره السرعه الزاويه الابتدائيه ω_i فان الجسم يدور بتسارع ، اما عندما تكون اشاره التسارع الزاوي α مخالفه لاشاره السرعه الزاويه الابتدائيه ω_i فان الجسم يدور بتباطؤ .



انتبه : عندما يدور جسم حول محور ثابت ، فان كل جزء في هذا الجسم يدور بالزاويه نفسها خلال فتره زمنيه معينه ، وبذلك فان لاجزاء الجسم جميعها السرعه الزاويه نفسها والتسارع الزاوي نفسه .

ملاحظات مهمة جدا :

يمكن أن نقوم بحساب السرعة الزاوية من العلاقة :

$$\omega = \frac{v}{r}$$

حيث (v) السرعة الخطية ، (r) نصف القطر للمسار .

سؤال 12 : في ساعة الحائط المبينة في الشكل ، احسب سرعة :

- عقرب الثواني .
- عقرب الدقائق .
- عقرب الساعات .

يمكن تمييز الحركه الدورانيه للجسم بأكمله اضافه الى الجسيمات المفرده فيه من خلال التعبير عن :

- الموقع الزاوي .
- السرعه الزاويه .
- التسارع الزاوي .

سؤال (49) : يتسارع الجزء الدوار في جهاز فصل مكونات الدم من السكون الى $3 \times 10^3\ rad/s$ خلال $30\ s$ بتسارع زاوي ثابت ، احسب مقدار ما ياتي :

- **التسارع الزاوي المتوسط .**
- **السرعه الزاويه بعد مرور $20\ s$ من بدء دورانه .**

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{3000-0}{30} = 100\ rad/s^2$$
$$\omega_f = \omega_i + \alpha.\Delta t = 0 + 100 \times 20 = 2 \times 10^3\ rad/s$$

سؤال (50) : يدور اطار سياره بعكس اتجاه حركه عقارب الساعه بسرعه زاويه ثابته مقدارها $2\ rad/s$ مده زمنيه مقدارها $20\ s$ ، ثم يتسارع بعد ذلك بتسارع زاوي ثابت مقداره $3.5\ rad/s^2$ مده زمنيه مقدارها $10\ s$ ، احسب ما ياتي :

- **الازاحه الزاويه للاطار عند نهايه الفتره الزمنيه لحركته بسرعه زاويه ثابته .**
- **السرعه الزاويه للاطار عند نهايه الفتره الزمنيه لحركته بتسارع زاوي ثابت .**
- **التسارع الخطي للاطار خلال فتره حركته بتسارع زاوي ثابت ، علما بأن نصف قطر المدار $20\ cm$.**

$$\Delta\theta = \omega.\Delta t = 2 \times 20 = 40\ rad$$
$$\omega_f = \omega_i + \alpha.\Delta t = 2 + 3.5 \times 10 = 37\ rad/s$$
$$a = a.r = 3.5 \times 0.2 = 0.7\ m/s^2$$

ملاحظات مهمة جدا :

يمكن أن نقوم بحساب التسارع الزاوي من العلاقة :

$$\alpha = \frac{a}{r}$$

حيث (a) التسارع الخطي ، (r) نصف القطر للمسار .

عزم القصور الذاتي والقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية

ينص قانون نيوتن الثاني على انه : اذا اثرت قوه في جسم فانها تكسبه تسارعا يتناسب معها طرديا . وتتم صياغته بالقانون الرياضي :

$$\sum \boldsymbol{F} = \boldsymbol{m}\ \boldsymbol{a}$$

وتمثل الكتله (m) في القانون عزم القصور الذاتي لجسم يتحرك حركه خطيه . وتعني ممانعه الجسم للتغيير في حاله الحركيه الانتقاليه .
عندما يتحرك الجسم حركه دورانيه فإن تسارع الجسم الزاوي يتناسب طرديا مع مقدار العزم المحصل المؤثر فيه . ويعبر عنه رياضيا بالعلاقه :

$$\sum \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{I}\ \boldsymbol{\alpha}$$

و تقابل هذه الصيغه القانون الثاني لنيوتن في الحركه الانتقاليه . وتمثل (I) عزم القصور الذاتي الدوراني ، ويدل على ممانعه الجسم لتغيير حاله الحركيه الدورانيه .

يحسب عزم القصور الذاتي (I) لجسم نقطي كتلته (m) يبعد مسافه عموديه (r) عن محور الدوران (بحيث لا يكون محور الدوران جزءا من الجسم) باستخدام العلاقه الرياضية :

$$I = m\,r^2$$

ويقاس بوحده $Kg.m^2$ حسب النظام الدولي للوحدات .

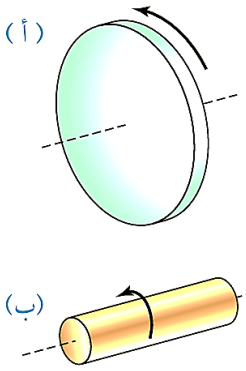
انتبه :

- يزداد عزم القصور الذاتي الدوراني كلما زاد البعد العمودي عن محور الدوران ، كما يزداد عزم القصور الذاتي الدوراني كلما زادت كتله الجسم .
- كلما كان توزيع الكتله ابعد عن محور الدوران يزداد عزم القصور الذات الدوراني ، فنحتاج قوه اكبر لتدوير الجسم او ايقاف دورانه او تغيير حاله الحركيه الدورانيه .
- يعتمد عزم القصور الذاتي الدوراني على موقع محور الدوران اذا كان داخل الجسم او خارجه او في منتصفه او عند طرفه .

عندما يكون محور الدوران داخل الجسم او ضمن الجسم يلزم استخدام قانون معطى للحل . اما عندما يكون محور الدوران خارج الجسم وليس ضمن الجسم فاننا نستخدم القانون ($I = m\,r^2$) .

القوه المماسيه : هي القوه التي تؤثر في ابعد نقطه عن محور الدوران وتكون دائما عموديه على محور الدوران . ويحسب عزمها من العلاقه :

$$\sum \tau = F\,r$$



سؤال (51) : يبين الشكل أسطوانتين (أ) و (ب) متساويتان في الكتلة. مُعتمدًا على الشكل؛ أجيب عن الاسئلة الآتية، موضّحًا إجابتي:

1. أيهما أصعب: تحريك الإسطوانة (أ) أم (ب) بالسرعة الزاويّة نفسها؟

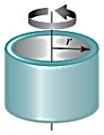
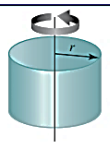
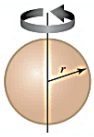
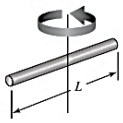
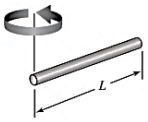
2. أيهما أصعب: إيقاف الإسطوانة (أ) أم (ب) عندما تتحركان حركة دورانية بالسرعة الزاوية نفسها؟

1 . الأسطوانة (أ) هي الأصعب.لكي تتحرك الأسطوانة من السكون وتصل إلى السرعة الزاوية المطلوبة، يلزم إكسابها تسارعاً زاويّاً (α) وبما أن قانون العزم هو : $\tau = I\,\alpha$. ومع ثبات التسارع الزاوي، فإن العزم المطلوب (τ) يتناسب طردياً مع عزم القصور الذاتي(I) ولأن $I_a > I_b$ ، فإن تحريك الأسطوانة (أ) يتطلب عزم دوران أكبر، فتكون هي الأصعب.

2 . الأسطوانة (أ) هي الأصعب. لإيقاف الأسطوانة خلال فترة زمنية محددة،

يجب التأثير عليها بتباطؤ زاوي (α) .وباستخدام قانون العزم نفسه : $\tau = I\,\alpha$ فإن العزم المطلوب لإيقاف الأسطوانة يتناسب طردياً مع عزم قصورها الذاتي (I) وبما أن $I_b > I_a$، فإن الأسطوانة (أ) تبدي مقاومة أكبر للتوقف وتتطلب عزماً كابحاً أكبر لإيقافها.

الجدول الاتي يبين عزم القصور الذاتي الدوراني لمجموعه من الاجسام والحالات :

الجسم	موضع محور الدوران	الشكل	عزم القصور الذاتي
حلقةٌ رقيقةٌ أو أسطوانةٌ مجوّفة.	يمرّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = mr^2$
أُسطوانةٌ مُصمَتة منتظمةٌ أو قرصٌ دائري.	يمرُّ بالمركز عموديًّا على مستواها.		$I = \frac{1}{2}mr^2$
كرةٌ مُصمَتة منتظمة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{5}mr^2$
كرةٌ مجوّفة.	يمرُّ بالمركز.		$I = \frac{2}{3}mr^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بمنتصفه.		$I = \frac{1}{12}mL^2$
قضيبٌ منتظم.	عموديٌّ على القضيب ويمرُّ بطرفه.		$I = \frac{1}{3}mL^2$

* الجدول ليس للحفظ.

سؤال (52) : يقوم غواص القفز بالالتفاف حول نفسه بسلاسة في الهواء عن طريق ضم يديه وقدميه نحو جسمه، بينما يمد أطرافه عند اقترابه من الماء. فسر هذه الظاهرة اعتماداً على مفهوم عزم القصور الذاتي والتسارع الزاوي.

عند ضم الأطراف : يقل متوسط البعد العمودي للكتلة (r) عن محور الدوران الذي يمر بمركز كتلة الغواص، مما يؤدي إلى **تقليل عزم القصور الذاتي الدوراني**(I) . وفقاً للعلاقة بين العزم والتسارع الزاوي$(\tau = I.\alpha)$ ، فإن تقليل I يجعل الجسم أكثر استجابة للدوران وأسهل في إكسابه تسارعاً وسرعة زاوية عالية بأقل عزم محصل، فيلتف الغواص بسرعة في الهواء .

عند مد الأطراف : يزداد البعد (r) فيزداد عزم القصور الذاتي(I) ، مما يزيد ممانعة الجسم للدوران فيبطئ دورانه تمهيداً للدخول الآمن إلى الماء .

سؤال (53) : إذا أطلقت أسطوانة مصمتة وطوق (حلقة دائرية) لهما نفس الكتلة m ونصف القطر R للتدحرج دون انزلاق من قمة سطح مائل في نفس اللحظة، أيهما يصل إلى أسفل السطح المائل أولاً؟ فسر

سؤال 13 : ساق رقيقة كتلتها m وطولها L. قارن بين صعوبة إكسابها تسارع زاوي عندما يدور المحور حول:

- منتصف الساق.
- أحد طرفي الساق.

وضح أيهما يحتاج لعزم أسرع وأكبر ولماذا؟

سؤال 14 : احسب كيف تتغير قيمة عزم القصور الذاتي لجسم نقطي كتلته m إذا تم مضاعفة بعده العمودي عن محور الدوران (r) إلى الضعف مع بقاء الكتلة ثابتة؟

سؤال 15 : لماذا يسهل تدوير المضرب عند الإمساك به من مكان أقرب للمنتصف بدلاً من الطرف؟

سؤال 16 : لماذا تُصمَّم شفرات توربينات الرياح بحيث تكون نحيفة وخفيفة الوزن عند أطرافها البعيدة؟

سؤال 17 : إذا كان متزلج يحمل ثقلين في يديه ومدَّ ذراعيه للخارج، كيف يؤثر ذلك على استجابته للتسارع الزاوي؟

إجابتك باستخدام مفاهيم القصور الذاتي.

تصل **الأسطوانة المصمتة** إلى أسفل السطح المائل أولاً .

التفسير الفيزيائي :

عزم القصور الذاتي للأسطوانة المصمتة هو $I_{cylinder} = \frac{1}{2} m R^2$.

عزم القصور الذاتي للطوق هو $I_{hoop} = m R^2$.

بما أن $I_{hoop} > I_{cylinder}$، فإن الطوق يمتلك **ممانعة أكبر للتغير في حالته الدورانية** .

يتطلب الطوق جزءاً أكبر من الطاقة الميكانيكية للتحول إلى طاقة حركة دورانية بدلاً من الطاقة الانتقالية، وبالتالي تكون سرعته الانتقالية والتسارع الخطي للأسطوانة أكبر، فتسبق الطوق وتصل أولاً .

سؤال (54) : تستمر مروحة بالسقف بالدوران لعدة ثوانٍ بعد إيقاف تشغيل المحرك الكهربائي، ثم تتوقف تدريجياً.

1 . ما السبب الفيزيائي لعدم توقفها فوراً عند فصل التيار؟

2 . ما السبب الفيزيائي لتوقفها في النهاية؟

1. **عدم التوقف فوراً :** بسبب **عزم القصور الذاتي الدوراني** (I) لشفرات المروحة، حيث يمثل ممانعة الجسم لتغيير حالته الحركية الدورانية، فيحاول الجسم الحفاظ على سرعته الزاوية.
2. **التوقف في النهاية :** بسبب وجود **عزم مقاوم معاكس** ناتج عن الاحتكاك عند محور الدوران ومقاومة الهواء لشفرات المروحة، هذا العزم المقاوم ينتج تسارعاً زاوياً سالباً (تباطؤاً زاوياً) يقلل السرعة الزاوية حتى تنعدم.

سؤال (55) : لماذا يحمل السائر على الحبل المشدود (لاعب السيرك) عصا طويلة وثقيلة أفقياً أثناء مشيه؟ فسر كيف تساعده هذه العصا على الاستقرار وتجنب السقوط باستخدام مفاهيم العزم والتسارع الزاوي.

تأثير العصا على عزم القصور الذاتي(I) : العصا الطويلة تجعل كتلتها موزعة على مسافة كبيرة جداً من محور الدوران (الذي يمر بقدمي اللاعب). يترتب على ذلك زيادة كبيرة جداً في عزم القصور الذاتي الكلي (I) لنظام (اللاعب + العصا) .

النتيجة الفيزيائية : وفقاً للقانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية : $(\tau = I \cdot \alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I})$ ، عندما يبدأ اللاعب بفقدان توازنه ويدور حول الحبل، ينشأ عزم دوران (τ) ناتج عن قوة الجاذبية. وبسبب القيمة الكبيرة جداً لـ I، يكون التسارع الزاوي الناتج (α) صغيراً جداً وبطيئاً .

التطبيق العملي : هذا التباطؤ في الالتفاف يمنح اللاعب وقتاً كافياً لإجراء تعديلات خفيفة في جسمه لاستعادة توازنه قبل أن يسقط .

سؤال (56) : إذا أثرنا بنفس عزم الدوران τ على كرتين لهما نفس الكتلة m ونصف القطر R، إحداهما كرة مصمتة والأخرى قشرة كروية جوفاء، أيهما تكتسب تسارعاً زاوياً أعلى α؟ ولماذا؟

قوانين عزم القصور الذاتي :

الكرة المصمتة : $I_{solid} = \frac{2}{5} m R^2$

سؤال 18 : إذا أثرت بنفس القوة المماسية F عند نقطتين على قرص: الأولى عند الحافة $(r = R)$ والثانية عند منتصف نصف القطر $(r = 0.5\ R)$، أيهما ينتج تسارعاً زاوياً أكبر؟

سؤال 19 : جسم نقطي كتلته $m = 4kg$ يبعد مسافة عمودية $r = 1.5m$ عن محور دوران خارج الجسم.

1. احسب عزم القصور الذاتي I لهذا الجسم.
2. ما قيمة عزم القصور الذاتي إذا أصبحت الكتلة $m = 8kg$ مع بقاء المسافة ثابتة؟

سؤال 20 : عجلة عزم قصورها الذاتي $I = 2kg.m^2$. أثرت عند حافتها قوة مماسية مقدارها $F = 25N$ على بعد $r = 0.4m$ من محور الدوران.

1. احسب عزم القوة المماسية المؤثرة τ.
2. احسب التسارع الزاوي α.

القشرة الكروية : $I_{hollow} = \frac{2}{3} m\, R^2$

المقارنة والتفسير :

كتلة القشرة الكروية مركزة بالكامل عند السطح الخارجي $(r = R)$ ، بينما كتلة الكرة المصمتة تتوزع بالتساوي من المركز إلى السطح .

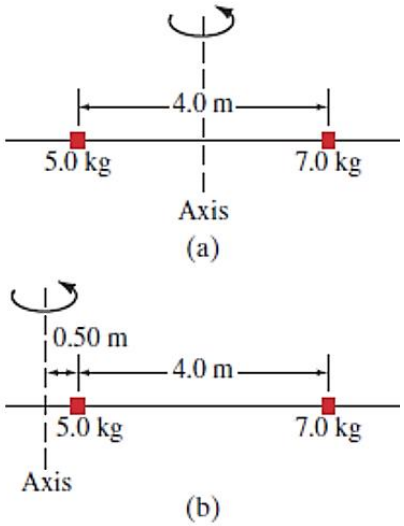
لذلك : $I_{hollow} > I_{solid}$.

حساب التسارع الزاوي : من العلاقة $\alpha = \frac{\tau}{I}$ ، وبما أن العزم (τ) متساوٍ للكرتين : تكتسب الكرة المصمتة تسارعاً زاوياً أكبر (α) لأن عزم قصورها الذاتي أقل، فتكون ممانعتها للتغير في السرعة الزاوية أقل .

سؤال (57) : وضع جسمان كتلتاهما ($5\,Kg$ ، $7\,Kg$) على بعد $4\,m$ على ساق معدني خفيف (مهمل الوزن) كما في الشكل ، احسب القصور الذاتي الدوراني للنظام في الحالات الآتية :

1 . **عندما يدور حول محور في منتصف المسافة بينهما .**

2 . **عندما يدور حول محور على بعد ($0.5\,m$) إلى يسار الجسم الذي كتلته ($5\,Kg$) .**



$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$= 7 \times (2)^2 + 5 \times (2)^2$$
$$= 28 + 20$$
$$= 48\, Kg.m^2$$

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 = 7 \times (4.5)^2 + 5 \times (0.5)^2$$
$$= 141.75 + 1.25 = 143\, Kg.m^2$$

سؤال (58) : القصور الذاتي الدوراني لحجر رحى ساكن يساوي ($1.6\,x\,10^{-3}\,Kg.m^2$) . وعند التأثير بعزم دوران ثابت تصل سرعة دورانه إلى $120\,rad/s$ خلال $15\,min$. وعلى فرض أن الحجر كان ساكنا قبل بدء الحركة ، احسب كلا من :

1 . **التسارع الزاوي .**

2 . **عزم الدوران المؤثر في الحجر .**

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{120-0}{15\times60} = 0.13\, rad/s^2$$

$$\tau = I.\alpha = 1.6 \times 10^{-3} \times 0.13 = 2.1 \times 10^{-4} N.m$$

سؤال (59) : ما القصور الذاتي الدوراني لأربع كتل متماثلة قيمة الواحدة منها ($3\,Kg$) موضوعة على رؤوس مستطيل بعداه ($30cm\,,40cm$) بالنسبة لمحور عمودي على مستواه ويمر في مركزه .

$$I = 4m\,r^2 = 4 \times 3 \times (0.25)^2 = 0.75\, Kg.m^2$$

سؤال (60) : كره كتلتها $3\,Kg$ مثبته في نهايه قضيب فلزي خفيف طوله $0.8\,m$ وتتحرك حركه دورانيه في مستوى افقي حول محور ثابت عمودي على مستوى الصفحه ، يمر في النهايه الاخرى للقضيب بتاثير قوه مماسيه ثابته في المقدار كما هو موضح في الشكل . اذا بدات الكره

سؤال 21 : نظام يتكون من كتلتين نقطيتين مثبتتين على ساق خفيفة مهملة الكتلة:

- الكتلة الأولى $m_1 = 3kg$ على بعد $r_1 = 0.2m$ من محور الدوران.
- الكتلة الثانية $m_2 = 5kg$ على بعد $r_2 = 0.4m$ من نفس المحور.

احسب عزم القصور الذاتي الكلي للنظام (I_{total}).

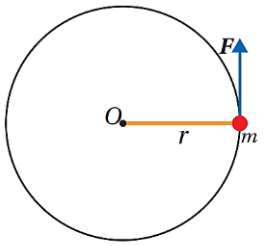
سؤال 22 : جسم نقطي عزم قصوره الذاتي الأول $I_1 = 0.5kg.m^2$ عندما كان على بعد r_1 من محور الدوران. إذا تم زيادة بعده العمودي ليكون ثلاثة أضعاف ما كان عليه $(r_2 = 3\,r_1)$ مع ثبات الكتلة، فما قيمة عزم القصور الذاتي الجديد I_2؟

حركتها من السكون بتسارع زاوي ثابت بحيث اصبح مقدار سرعتها الزاويه $8\pi\ rad/s$ خلال $5\ s$ ، فاحسب مقدار ما ياتي باهمال كتله القضيب الفلزي :

1 . التسارع الزاوي للكره .

2 . العزم المحصل المؤثر على الكره .

3 . القوه المماسيه المؤثره في الكره .

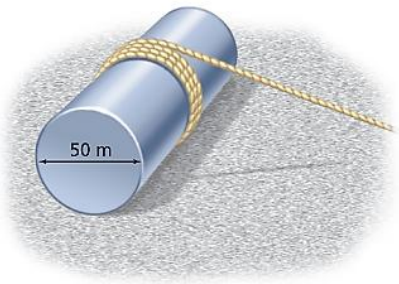


$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{8\pi - 0}{5} = 1.6\pi\ rad/s^2$$

$$\tau = I.\alpha = (mr^2)\alpha = (3 \times 0.8^2) \times 1.6\pi = 9.65\ N.m$$

$$\tau = F.r \rightarrow F = \frac{\tau}{r} = \frac{9.65}{0.8} = 12.1\ N$$

سؤال (61) : يوضح الشكل اسطوانه قطرها $50\ m$ في حاله سكون على سطح افقي ، فاذا لف حولها حبل ثم سحب بقوه $100\ N$ واصبحت تدور دون ان تنزلق ، وباعتبار ان كتله الاسطوانه $80\ Kg$:



1 . احسب عزم القصور الذاتي الدوراني للاسطوانه .

2 . احسب عزم الدوران للاسطوانه .

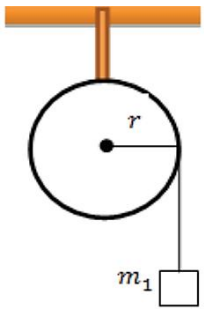
3 . احسب التسارع الزاوي للاسطوانه .

$$I = \frac{1}{2}m\,r^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times 25^2 = 2.5 \times 10^4 Kg.m^2$$

$$\tau = F.r = -100 \times 25 = -2.5 \times 10^3 N.m$$

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{-2500}{25000} = -0.1\ rad/s^2$$

سؤال (62) : كرتان متجانستان مصمتتان لهما الكتلة نفسها ، طول نصف قطر الأولى مثلي طول نصف قطر الثانية ($r_1 = 2\,r_2$) والقصور الدوراني حول محور مار من مركز كل منهما (I_1 , I_2) ، فما نسبة (I_1) إلى (I_2) .



$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\frac{2}{5}m_1 r_1^2}{\frac{2}{5}m_2 r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{4r_2^2}{r_2^2} = \frac{4}{1}$$

سؤال (63) : يعلق جسم كتلته $m_1 = 2\ Kg$ بنهاية خيط يمر حول بكرة قابلة للدوران كتلتها $m_2 = 0.5\ Kg$ ونصف قطرها $r = 0.2\ m$ ، مثبتة بحيث يمكنها الدوران حول محور أفقي يمر من مركزها كما في الشكل ، باهمال قوة الاحتكاك :

1 . ما قيمة عزم القوة المؤثرة على البكرة .

2 . إذا كان عزم القصور الدوراني للبكرة يساوي $\frac{1}{2}mr^2$ ، فما التسارع الزاوي للنظام .

$$\tau = F.r = -(mg)r = -(2 \times 10) \times 0.2 = -4\ N.m$$

$$\tau = I.\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{\tau}{\frac{1}{2}m\,r^2} = \frac{-4}{\frac{1}{2}\times 0.5 \times 0.04} = -100\ rad/s^2$$

سؤال 23 : ساق رقيقة كتلتها $m = 2kg$ وطولها $L = 3m$ تدور حول محور يمر بأحد طرفيها العمودي عليها $(I = \frac{1}{3}mL^2)$. إذا أثر عليها عزم دوران محصل $\tau = 18N.m$:

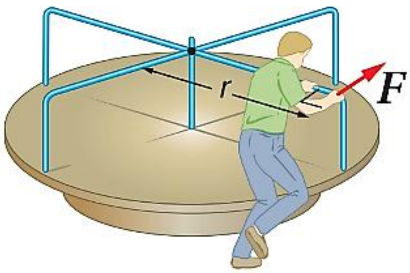
1. احسب عزم القصور الذاتي للساق I.

2. احسب التسارع الزاوي α.

سؤال 24 : كرة مصمتة $I = \frac{2}{5}\,m\,R^2$ كتلتها $m = 5kg$ ونصف قطرها $R = 0.2m$ يُراد إكسابها تسارعاً زاوياً $\alpha = 10rad/s^2$ بتأثير قوة مماسية F عند الحافة الخارجية. احسب مقدار القوة المماسية اللازمة F.

سؤال 25 : نظام يتكون من 4 كتل نقطية متساوية مقدار كل منها $m = 1kg$ توجد عند رؤوس مربع طول ضلعه $0.8m$. احسب عزم القصور الذاتي للنظام عند الدوران حول محور يمر بمركز المربع وعمودي على مستواه.

سؤال (64) : لعبه القرص الدوار الموضحه في الشكل تتكون من قرص مصمت قابل للدوران حول محور ثابت يمر في مركزه باتجاه محور (y) ، اثر شخص بقوه مماسيه (F) ثابته في المقدار عند حافه القرص مقدارها ($250\ N$) . اذا علمت ان كتله القرص الدوار $50\ Kg$ ونصف قطره $2\ m$ ، وباهمال قوى الاحتكاك وافتراض قرص اللعبه منتظم توزيع الكتله ، وبدات اللعبه الدوران من السكون بتسارع زاوي ثابت بعكس اتجاه حركه عقارب الساعه .



فاحسب مقدار ما ياتي :

1 . **العزم المحصل المؤثر في اللعبه .**

2 . **التسارع الزاوي للعبه .**

3 . **السرعه الزاويه للعبه بعد $2s$ من بدء دورانها .**

4 . **التسارع الزاوي للعبه عندما يجلس طفل كتلته $20\ Kg$ على بعد $1.5\ m$ من محور الدوران ، بافتراض الطفل جسيم نقطي .**

1. $\tau = F.r = 250 \times 2 = 500\ N.m$
2. $I = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 2^2 = 100\ Kg.m^2$

   $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{500}{100} = 5\ rad/s^2$
3. $\omega_f = \omega_i + \alpha.\Delta t = 0 + 5 \times 2 = 10\ rad/s$
4. $I = \frac{1}{2}mr^2 + (mr^2)_{ولد} = 100 + (20 \times 1.5^2) = 145\ Kg.m^2$

   $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{500}{140} = 3.45\ rad/s^2$

سؤال (65) : تتكون منظومة من ثلاثة أسطام نقطية مثبتة على قضيب مهمل الكتلة:

- **الكتلة الأولى $m_1 = 2\ kg$ تبعد مسافة $r_1 = 0.5\ m$ عن محور دوران عمودي.**
- **الكتلة الثانية $m_2 = 3\ kg$ تبعد مسافة $r_2 = 1\ m$ عن المحور نفسه.**
- **الكتلة الثالثة $m_3 = 4\ kg$ تبعد مسافة $r_3 = 1.5\ m$ عن المحور نفسه.**

احسب عزم القصور الذاتي الكلي (I) للمنظومة حول محور الدوران.

$$I = m_1r_1 + m_2r_2 + m_3r_3$$
$$I = 2 \times 0.5^2 + 3 \times 1^2 + 4 \times 1.5^2$$
$$I = 0.5 + 3 + 9 = 12.5\ Kg.m^2$$

سؤال (66) : قرص صلب منتظم كتلته $M = 10\ kg$ ونصف قطره $R = 0.4\ m$ علماً أن عزم القصور الذاتي للقرص الصلب هو $I = \frac{1}{2}MR^2$. أثرت على حافة القرص الخارجية قوة مماسية مقدارها $F = 20\ N$. المطلوب:

1 . **أحسب عزم القصور الذاتي للقرص**(I) .
2 . **أحسب العزم الناشئ عن القوة**(τ) .
3 . **أحسب التسارع الزاوي للقرص**(α) .

1. $I = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 0.16 = 0.8\ Kg.m^2$
2. $\tau = F.r = 20 \times 04 = 8\ N.m$
3. $\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{8}{0.8} = 10\ rad/s$

مراجعة الدرس :

الفكرة الرئيسة: ما الكمّيات الفيزيائيّة اللازمة لوصف الحركة الدورانية لجسم؟

لوصف الحركة الدورانيّة لجسم صلب بدقّة ، يلزم تحديد الكمّيّات الفيزيائيّة التالية :

- الإزاحة الزاوية $(\Delta\theta)$: التغير في الموقع الزاوي للجسم أثناء دورانه.
- السرعة الزاوية (ω) : معدل تغير الإزاحة الزاوية بالنسبة للزمن $(\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t})$.
- التسارع الزاوي (α) : معدل تغير السرعة الزاوية بالنسبة للزمن $(\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t})$.

أستنتج: السرعة الزاويّة لجسمٍ عند لحظةٍ زمنيةٍ مُعيّنةٍ تساوي $(-3\ rad/s)$ ، وتسارعُه الزاويّ عند اللحظة نفسها $(-2\ rad/s)$.

أُجيب عمّا يأتي :

أ . هل يدور الجسم باتّجاه حركة عقارب الساعة أم بعكسه؟ أُفسّر إجابتي .

ب . هل يتزايد مقدار سرعته الزاويّة أم يتناقص؟ أُفسّر إجابتي .

أ. يدور الجسم باتجاه حركة عقارب الساعة.

التفسير: لأن إشارة السرعة الزاوية سالبة $(\omega < 0)$.

ب. يتزايد مقدار السرعة الزاوية.

التفسير: لأن إشارتي السرعة الزاوية والتسارع الزاوي متماثلتان (كلاهما بالسالب)، مما يعني أن التسارع يعمل في نفس اتجاه الحركة.

أستنتج: يدور إطار درّاجة بسرعة زاويّة ثابتة حول محورٍ ثابت . هل تتغير السرعة الزاويّة لأجزاء الإطار بالانتقال من داخله إلى حافّته الخارجية؟ أُوضّح إجابتي .

لا، لا تتغير السرعة الزاوية.

التوضيح: لأن إطار الدراجة يتحرك كجسم صلب، وبالتالي تدور جميع أجزائه بالسرعة الزاوية نفسها (ω) وتقطع الإزاحة الزاوية نفسها خلال الفترة الزمنية نفسها، بغض النظر عن بعدها عن محور الدوران (السرعة المماسية $v = r.\omega$ هي التي تزداد بزيادة البعد r).

علامَ يعتمدُ عزم القصور الذاتي لجسم؟

يعتمد عزم القصور الذاتي (I) لجسم على:

- كتلة الجسم (m): يزداد بزيادتها.

- كيفية توزيع كتلة الجسم حول محور الدوران: يزداد كلما ابتعدت الكتلة عن المحور.
- موقع محور الدوران.

أستخدم الارقام:إطار دراجة نصف قطره $(0.5\ m)$ وعزم القصور الذاتي له $(2\ Kg.m^2)$ ، ويدور بسرعة زاويّة ابتدائية $(10\ rad/s)$ باتجاه حركة عقارب الساعة . أثرت في الإطار قوة احتكاك مماسية مقدارها $(8N)$ فتوقف عن الحركة . أحسب المدة الزمنية من لحظة تأثير القوة إلى أن توقف الإطار عن الحركة .

حساب عزم قوة الاحتكاك (τ)

$$\tau = f.r = 8 \times 0.5 = 4\ N.m$$

حساب مقدار التسارع الزاوي (α)

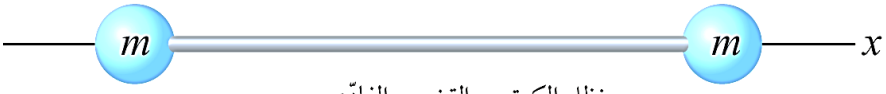
$$\tau = I.\alpha \rightarrow \alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{4}{2} = 2\ rad/s^2$$

حساب المدة الزمنية (Δt)

$$\omega_f = \omega_i - \alpha.\Delta t$$
$$0 = 10 - 2\,\Delta t$$
$$2\,\Delta t = 10 \rightarrow \Delta t = 5\ s$$

المدة الزمنية حتى يتوقف الإطار هي $(\mathbf{5\ s})$.

أقارن: يبين الشكل نظامًا يتكون من قضيبٍ فلزيٍّ طوله (L) مهمل الكتلة مثبت في طرفيه كرتين متماثلتين مهملتي الأبعاد . دُوّر النظام حول محور عمودي على مستوى الصفحة يمر في (أ) : منتصف القضيب الفلزي، (ب) : إحدى الكرتين . في أي من الحالتين(أ) و (ب) يلزم عزمٌ محصلٌ أكبر لبدء تدوير النظام؟ أفسر إجابتي حسابيًّا



نظام الكرتين والقضيب الفلزّي.

يلزم عزم محصل أكبر لبدء تدوير النظام في الحالة (ب).

التفسير الحسابي:

1. حساب عزم القصور الذاتي في الحالة (أ):

عندما يكون محور الدوران في منتصف القضيب، يبعد كل من الجسمين مسافة $r = \frac{L}{2}$ عن المحور:

$$I_{أ} = m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + m\left(\frac{L}{2}\right)^2$$
$$I_{أ} = m\frac{L^2}{4} + m\frac{L^2}{4} = \frac{1}{2}\,m\,L^2$$

2. حساب عزم القصور الذاتي في الحالة (ب):

عندما يمر محور الدوران بإحدى الكرتين، تكون الكُرة الأولى على المحور $(r_1 = 0)$ وتبعد الكُرة الثانية مسافة $(r_2 = L)$:

$$I_{ب} = m\,(0)^2 + m\,(L)^2$$
$$I_{ب} = m\,L^2$$

3. المقارنة والنتيجة:

بمقارنة القيمة الناتجة في الحالتين نجد أن:

$$I_{ب} = 2\ I_{أ}$$

وباستخدام القانون الثاني لنيوتن في الحركة الدورانية $(\sum \tau = I \cdot \alpha)$؛ فإن العزم المحصل يتناسب طرديًا مع عزم القصور الذاتي عند ثبات التسارع الزاوي المطلوب (α). وبما أن $I_{أ} > I_{ب}$، فإنه يلزم عزمٌ محصلٌ أكبر في الحالة (ب) لبدء تدوير النظام.

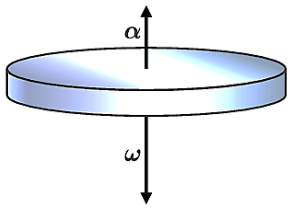
أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة ممّا يأتي:

1. جسمان متماثلان A و B على سطح الأرض؛ الجسمُ A عند خط الاستواء، والجسم B عند قطبها الشمالي. أيّ ممّا يأتي يُعبِّر بشكلٍ صحيح عن العلاقة بين سرعتي الجسمين الزاويّة؟

أ . $\omega_A < \omega_B$ ب . $\omega_A > \omega_B$

جـ. $\omega_A = \omega_B \neq 0$ د . $\omega_A = \omega_B = 0$

2. يبيّن الشكل المجاور متجهي السرعة الزاويّة (ω) والتسارع الزاويّ (α) لقرص يدور حول محور (y) بالاعتماد على الشكل، وعند النظر إلى القرص من الأعلى، نستنتج أن الجسم :



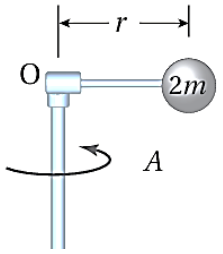
أ . يتسارع، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة .

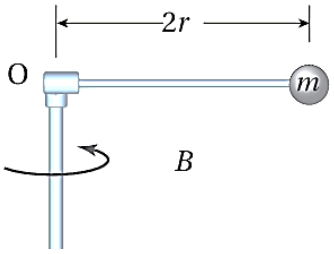
ب . يتباطأ، وحركته باتجاه حركة عقارب الساعة .

جـ. يتسارع، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .

د . يتباطأ، وحركته عكس اتجاه حركة عقارب الساعة .

3. يبيّنُ الشكلُ كرتين فلزّيتين مهملتي الأبعاد، كتلتيهما $(m_A = 2m)$و $(m_B = m)$. تتصل كُلٌّ منهما بقضيب فلزّي كتلته مهملة، وتدوران حول محور يمر بالنقطة (O) كما يبيّن الشكل. العلاقة بين عزمي القصور الذاتي للنظامين:





أ . $I_A = 2I_B$ ب . $I_A = \frac{1}{2} I_B$

جـ. $I_A = \frac{1}{4} I_B$ د . $I_A = I_B$

4. قرص صلب متجانس توزيع الكتلة نصف قطره $(1m)$ وكتلته $(75\ Kg)$ قابل للدوران حول محور يمرُّ في مركزه، أثّرت فيه قوة مماسيّة ثابتة؛ فحركته من السكون بتسارع زاويّ ثابت، بحيث أصبحت سرعته الزاويّة $(2\pi\ rad/s)$ بعد مرور $(2.5\ s)$. فإن مقدار عزم القوة بوحدة $(N.m)$ يساوي:

أ . 56.4 ب . 78.2

جـ. 128.8 د . 94.2

5. كرة مصمتة كتلتها $(5\ Kg)$ ، ونصف قطرها $(10\ cm)$ ، تتحرك حركةً دورانيةً حول محور ثابت يمرُّ في مركزها. تغيرت سرعتُها الزاويّة من $(20\ rad/s)$ إلى $(40\ rad/s)$ خلال $(5\ s)$ ؛ إذًا فإنّ مقدار العزم المحصل المؤثر في الكرة خلال هذه الفترة الزمنية:

أ . $8 \times 10^{-2}\ N.m$ ب. $8 \times 10^{+2}\ N.m$

جـ. $4 \times 10^{-2}\ N.m$ د . $4 \times 10^{+2}\ N.m$

الدرس الثالث :

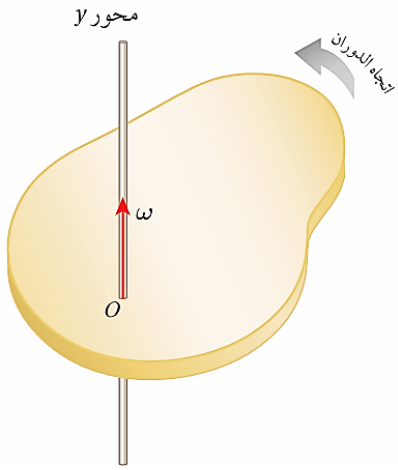
الزخم الزاوي

الطاقة الحركية الدورانية

مفهوم الطاقة الحركية الدورانية والفرق بينها وبين الخطية :

الطاقة الحركية الخطية: هي الطاقة المرتبطة بالحركة الانتقالية للجسم، أي عند انتقال الجسم من مكان إلى آخر.

الطاقة الحركية الدورانية: يمتلكها الجسم عندما يدور حول محور ثابت؛ حيث إن الجسم في هذه الحالة لا ينتقل من مكان إلى آخر، بل يحافظ على موقعه أثناء الدوران، ونتيجة لهذا الدوران يمتلك طاقة حركية دورانية.



العلاقة الرياضية وحساب الطاقة الحركية الدورانية

عند دوران جسم حركة دورانية حول محور ثابت (مثل المحور y) بسرعة زاوية ثابتة (ω)، تُحسب الطاقة الحركية الدورانية (KE_R) باستخدام العلاقة:

$$KE_R = \frac{1}{2} I \omega^2$$

حيث إن:

KE_R: الطاقة الحركية الدورانية.

I: عزم القصور الذاتي للجسم.

ω: السرعة الزاوية للجسم.

وحدة القياس: تُقاس الطاقة الحركية الدورانية بوحدة الجول (J)، كغيرها من أشكال الطاقة الأخرى.

سؤال (67) : علام تعتمد الطاقه الحركيه الدورانيه للجسم ؟ وما وحده قياسها ؟

تعتمد الطاقه الحركيه الدورانيه للجسم على : عزم القصور الذاتي له ، وسرعته الزاويه . وتقاس الطاقه الحركيه الدورانيه بوحده جول (J) .

سؤال (68) : يتحرك جزيء اكسجين حركه دورانيه حول محور ثابت باتجاه محور (z) عمودي على منتصف المسافه بين ذرتي الاكسجين المكونتين له ، بسرعه زاويه ثابته مقدارها $4.6 \times 10^{12}\ rad/s$ ، اذا علمت ان عزم القصور الذاتي لجزيء الاكسجين حول محور دورانه (z) يساوي $1.95 \times 10^{-46}\ Kg.m^2$ عند درجه حراره الغرفه ، فاحسب مقدار الطاقه الحركيه الدورانيه للجزيء .

$$KE_R = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} \times 1.95 \times 10^{-46} \times (4.6 \times 10^{12})^2$$
$$= 2.06 \times 10^{-21}\ J$$

سؤال 26 : إذا تضاعف مقدار السرعة الزاوية (ω) لجسم صلب يدور حول محور ثابت إلى المثلين، فإن طاقته الحركية الدورانية (KE_R) :

أ) تزداد إلى المثلين.

ب) تتضاعف 4 مرات.

ج) تقل إلى النصف.

د) تبقى ثابتة.

سؤال (69) : اذا تغير موقع محور الدوران مع بقاء مقدار السرعه الزاويه ثابتا ، فهل تتغير الطاقه الحركيه الدورانيه ؟

نعم يتغير مقدار الطاقه الحركيه الدورانيه ، لانه بتغير موقع محور الدوران يتغير عزم القصور الذاتي للنظام فتتغير الطاقه الحركيه الدورانيه .

سؤال (70) : قرص مصمت منتظم متماثل كتلته $2\ Kg$ ونصف قطره $0.5\ m$ يتحرك حركه دورانيه بسرعه زاويه ثابته مقدارها $8\ rad/s$ حول محور ثابت على مركزه ، وباعتبار ان عزم القصور الذاتي الدوراني للقرص ($I=\frac{1}{2}mr^2$) ، احسب الطاقه الحركيه الدورانيه للقرص .

$$I=\frac{1}{2}mr^2=\frac{1}{2}\times 2\times 0.25=0.25\ Kg.m^2$$

$$KE_R=\frac{1}{2}I\omega^2=\frac{1}{2}\times 0.25\times 64=8\ J$$

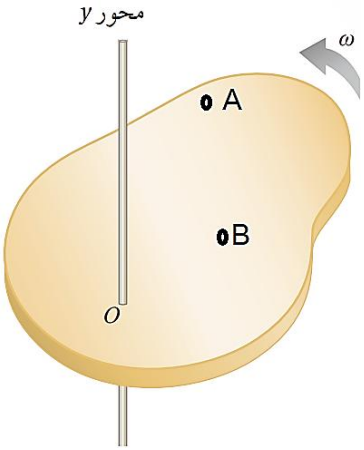
سؤال (71) : جسمان لهما الطاقه الحركية الدورانية نفسها والسرعه الزاوية للاول نصف السرعه الزاوية للثاني ، فما نسبه عزم القصور الذاتي ($I_1:I_2$) .

$$\frac{KE_{R(1)}}{KE_{R(2)}}=\frac{\frac{1}{2}I_1\omega_1^2}{\frac{1}{2}I_2\omega_2^2}$$

$$1=\frac{I_1\omega_1^2}{I_2 4\omega_1^2} \quad \rightarrow \frac{4}{1}=\frac{I_1}{I_2}$$

$$I_1:I_2=4:1$$

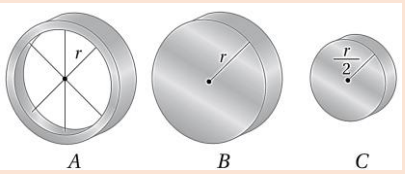
سؤال (72) : يبين الشكل جسم يدور حول المحور (y) ، والنقطتان ($a\ ,b$) تقعان على الجسم :



- **هل تمتلك النقطتان السرعه الزاويه نفسها اثناء دوران الجسم .**
- **هل تمتلك النقطتان الموقع الزاوي نفسه اثناء دوران الجسم .**
- **هل تمتلك النقطتان التسارع الزاوي نفسه اثناء دوران الجسم .**
- **هل تمتلك النقطتان الطاقه الحركيه الدورانيه نفسها اثناء دوران الجسم ، باعتبار ان عزم القصور الذاتي الدوراني عند a مساويا لعزم القصور الذاتي الدوراني عند b .**

- النقطتان لهما السرعه الزاويه نفسها لانهما ضمن الجسم نفسه .
- لا تمتلك النقطتان الموقع الزاوي نفسه لانهما لا تتصلان على نفس الخط مع المحور .
- النقطتان لهم التسارع الزاوي نفسه اثناء دوران الجسم لانهما تقعان على جسم واحد .
- النقطتان لهما الطاقه الحركيه الدورانيه نفسها لان السرعه الزاويه نفسها للنقطتين وعزم القصور الذاتي الدوراني نفسه للنقطتين .

سؤال كتاب الأنشطة : يبين الشكل ثلاث اسطوانات (A,B,C) متساوية في الكتلة، تدور كل منها حول محور ثابت يمر في مركزها الهندسي. الأسطوانة (A) مجوفة والأسطوانتين (B,C) مصمتتان. إذا علمت أن الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانات الثلاثة متساوية، وبالاعتماد على البيانات المثبتة في الشكل؛ فإن الجملة الصحيحة التي تصف السرعة الزاوية هي:



أ . الأسطوانات الثلاث متساوية في السرعة.

ب . (C) لها أكبر سرعة و (A) لها أقل سرعة.

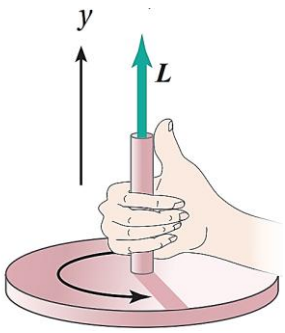
ج . (B,C) لهما السرعة نفسها، وسرعتهما أكبر من (A).

د . (A,B) لهما السرعة نفسها، وسرعتهما أقل من (C) .

الزخم الزاوي

يمثل الزخم الزاوي العزم الدوراني الذي نحتاجه لايقاف او تدوير جسم .

الزخم الزاوي : هو ناتج ضرب عزم القصور الذاتي للجسم او النظام في سرعته الزاويه .



- الزخم الزاويه كميه متجهه اتجاهها بنفس اتجاه السرعه الزاويه ونستخدم قاعده قبضه اليد اليمنى لتحديد اتجاهه .
- يقاس الزخم الزاوي بوحده $(Kg.m^2/s)$ حسب النظام الدولي للوحدات .

يعطى مقدار الزخم الزاويه لجسم يتحرك حركه دورانيه حول محور ثابت بالعلاقه

$$L = I\,\omega$$

يرتبط الزخم الزاوي مع الطاقه الحركيه الدورانيه بالعلاقه :

$$L = \sqrt{2\,I\,KE}$$

سؤال (73) : ما الزخم الزاوي لسياره كتلتها $900\ Kg$ **تدور حول دوار نصف قطره** $12\ m$ **بسرعه زاويه** $5\ rad/s$.

$$I = m\,r^2 = 900 \times 12^2 = 129600\ Kg.m^2$$
$$L = I\,\omega = 129600 \times 5 = 6.48 \times 10^5\ Kg.m^2/s$$

سؤال (74) : جسم زخمه الزاوي $200\ Kg.m^2/s$ **، وعزم القصور الذاتي الدوراني له** $25\ Kg.m^2$ **، اوجد سرعته الزاويه .**

$$\omega = \frac{L}{I} = \frac{200}{25} = 8\ rad/s$$

سؤال (74) : جسم زخمه الزاوي $200\ Kg.m^2/s$ **، وطاقه الحركيه الدورانيه** $400\ J$ **، احسب عزم القصور الذاتي الدوراني للجسم .**

$$L = \sqrt{2\,I\,KE}$$
$$I = \frac{L^2}{2KE} = \frac{200^2}{2\times400} = 50\ Kg.m^2$$

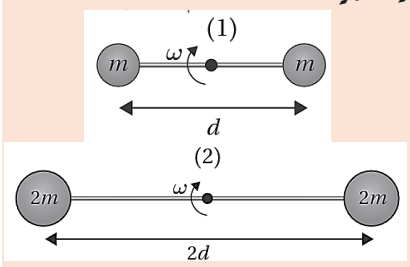
سؤال (75) : قرص مصمت نصف قطره $2\ m$ **وكتلته** $50\ Kg$ **، يدور باتجاه عقارب الساعه بسرعه زاويه** $3\ rad/s$ **، اوجد :**

1 . **الطاقه الحركيه الدورانيه للقرص**

2 . **الزخم الزاوي للقرص**

$$I = \frac{1}{2}m\,r^2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 2^2 = 100\ Kg.m^2$$
$$KE = \frac{1}{2}I\,\omega^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 3^2 = 450\ J$$
$$L = I\,\omega = 100 \times (-3) = -300\ Kg.m^2/s$$

سؤال كتاب الأنشطة : نظامان يتكوّن كلّ منهما من قضيب خفيف؛ الأول طوله (d) والثاني طوله $(2d)$ وكتلتاهما مهملتان، ثُبّتت في طرفي كل قضيب كرتان صغيرتان أبعادهما مهملة وكتلتُهما كما هو مُبيّن في الشكل، ودُوّر النظامان بالسرعة الزاويّة نفسها (ω) حول محور يمرُّ في منتصف القضيب عمودي على مستوى الصفحة. إذا كان الزخم الزاوي للنظام الأول (L_1)؛ فإن الزخم الزاوي للنظام الثاني يساوي:



أ. L_1 ب. $4L_1$

ج. $8L_1$ د. $16\ L_1$

سؤال (76) : مسطره متريه كتلتها $3\ Kg$ ، تدور حول محور في منتصفها من السكون بتسارع زاوي $2.5\ rad/s^2$ ، اوجد الزخم الزاوي للمسطره بعد $3\ s$.

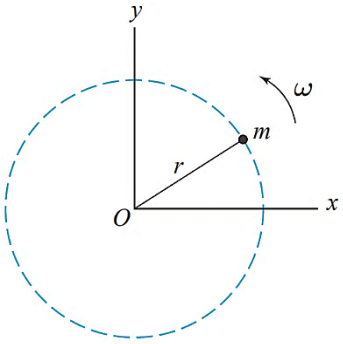
$$I = \frac{1}{12} m\, l^2 = \frac{1}{12} \times 3 \times 1^2 = 0.25\ Kg.m^2$$
$$\omega_f = \omega_i + \alpha\, t = 0 + (2.5 \times 3) = 7.5\ rad/s$$
$$L = I\, \omega = 0.25 \times 7.5 = 1.875\ Kg.m^2/s$$

سؤال (77) : قرص مصمت كتلته $40\ Kg$ ونصف قطره $2\ m$ يقف عليه شخص كتلته $60\ Kg$ عند طرف القرص ، فاذا كان محور القرص عموديا عليه ويمر في مركزه ، ويدور القرص بسرعه زاويه ثابته $3\ rad/s$ ، اوجد :

1. **عزم القصور الذاتي الدوراني للنظام .**
2. **الطاقه الحركيه الدورانيه للنظام .**
3. **الزخم الزاوي للنظام .**

$$I = \frac{1}{2} m\, r^2 + m\, r^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times 2^2 + 60 \times 2^2$$
$$= 320\ Kg.m^2$$
$$KE = \frac{1}{2} I\, \omega^2 = \frac{1}{2} \times 320 \times 3^2 = 1440\ J$$
$$L = I\, \omega = 320 \times 3 = 960\ Kg.m^2/s$$

سؤال (78) : يتحرك جسيم كتلته $50\ Kg$ ، حول محور ثابت (محور z) عند النقطه (O) في مسار دائري نصف قطره $20\ cm$ ، بسرعه زاويه ثابته مقدارها $5\ rad/s$ بعكس اتجاه دوران عقارب الساعه كما هو موضح في الشكل ، احسب مقدار الزخم الزاوي للجسيم حول هذا المحور . وحدد اتجاهه .



$$I = m\, r^2 = 50 \times 0.2^2$$
$$= 2\ Kg.m^2$$
$$L = I\, \omega = 2 \times 5 = 10\ Kg.m^2/s$$

واتجاهه نحو المحور ($+z$)

سؤال (79) : جسم عزم القصور الذاتي الدوراني له $200\ Kg.m^2$ ، يدور بسرعه زاويه $3.25\ rad/s$ ، فاذا تغيرت سرعته الزاويه لتصبح $2\ rad/s$ ، بنفس اتجاهه الاصلي احسب :

1. **التغير في الطاقه الحركيه للجسم .**
2. **التغير في الزخم الزاوي للجسم .**

- التغير في الطاقة الحركية للجسم: $(\Delta\, KE_{rot})$

$$\Delta\, KE_{rot} = \frac{1}{2}\, I\, (\omega_f^2 - \omega_i^2)$$
$$\Delta\, KE_{rot} = \frac{1}{2} \times 200 \times [(2)^2 - (3.25)^2]$$
$$\Delta\, KE_{rot} = 100 \times (4 - 10.5625)$$
$$\Delta\, KE_{rot} = 100 \times (-6.5625) = -656.25\ J$$

الإشارة السالبة تعني نقصانًا في الطاقة الحركية الدورانية

سؤال 27 : إذا تضاعفت السرعة الزاوية لجسم يدور مع ثبات عزم قصوره الذاتي، فإن زخمه الزاوي:

أ) يقل للنصف.

ب) يتضاعف (يزداد للمثلين) .

ج) يزداد 4 أضعاف.

د) يبقى ثابتًا.

سؤال 28 : قرص مصمت كتلته $12\ kg$ ونصف قطره $0.5\ m$، يدور حول محور ثابت عمودي على مستواه ويمر بمركزه بسرعة زاوية $8\ rad/s$. أثر عليه بعزم قوة خارجي فتغيرت سرعته الزاوية لتصبح $20\ rad/s$ في نفس اتجاه دورانه الأصلي. احسب:

1. التغير في الزخم الزاوي للقرص $(\Delta\, L)$.
2. التغير في الطاقة الحركية الدورانية للقرص $(\Delta\, KE_{rot})$.

- التغير في الزخم الزاوي للجسم:(ΔL)

$$\Delta L = I(\omega_f - \omega_i)$$
$$\Delta L = 200 \times (2 - 3.25)$$
$$\Delta L = 200 \times (-1.25) = -250\ kg.m^2/s$$

الإشارة السالبة تعني نقصانًا في الزخم الزاوي وفي نفس اتجاه الحركة

الزخم الزاوي والعزم

العزم المحصل $\sum \tau$ المؤثر في جسم يتحرك حركه دورانيه حول محور ثابت يساوي المعدل الزمني للتغير في زخمه الزاوي $\frac{\Delta L}{\Delta t}$ حول المحور نفسه .

- العزم المحصل ($\sum \tau$) يسبب تغير الزخم الخطي (ΔL) ، مثل القوه المحصله ($\sum F$) التي تسبب تغير الزخم الخطي (ΔP) .

اثبات قانون :

$$\sum \tau = I\,\alpha = I\,\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{I\omega_f - I\omega_i}{\Delta t} = \frac{L_f - L_i}{\Delta t} = \frac{\Delta L}{\Delta t}$$

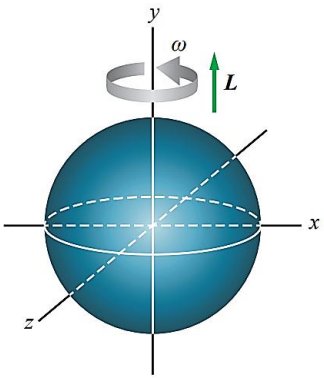
$$\sum \boldsymbol{\tau} = \frac{\boldsymbol{\Delta L}}{\boldsymbol{\Delta t}}$$

سؤال (80) : جسم عزم القصور الذاتي له $100\ Kg.m^2$ ، يدور مبتلكا زخما زويا مقداره $350\ Kg.m^2/s$ ، اذا اثر فيه احد العوامل فانعكس اتجاه دورانه خلال $0.6\ s$ ، ليصبح زخمه الزاوي $250\ Kg.m^2/s$ ، احسب عزم الدوران على الجسم .

$$\Delta L = L_f - L_i = -250 - 350 = -600\ kg.m^2/s$$
$$\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{-600}{0.6} = -10^3\ N.m$$

والاشارة السالبة تعني أن العزم المحصل عكس اتجاه الدوران الأصلي .

سؤال (81) : كره مصمته منتظمه متماثله كتلتها $5\ Kg$ ، ونصف قطرها $10\ cm$ ، تتحرك حركه دورانيه حول محور ثابت (محور Y) يمر في مركزها بسرعه زاويه ثابته مقدارها $20\ rad/s$ ، بعكس اتجاه حركه عقارب الساعه عند النظر اليها من الاعلى كما هو موضح في الشكل :



1 . احسب مقدار الزخم الزاوي للكره حول هذا المحور . وحدد اتجاهه .

2 . اذا تغير مقدار السرعه الزاويه للكره حول محور الدوران نفسه بتسارع زاوي ثابت بحيث اصبح $40\ rad/s$ ، خلال $5\ s$ ، فاحسب العزم المحصل المؤثر في الكره خلال هذه الفتره الزمنيه .

$$I = \frac{2}{5}\,m\,r^2 = \frac{2}{5} \times 5 \times (0.1)^2 = 2 \times 0.01$$
$$= 0.02\ kg.m^2$$
$$L = I\,\omega = 0.02 \times 20 = 0.4\ Kg.m^2/s$$

الربط بالعلوم الحياتية

عندما يرفرف الطائر بجناحيه؛ فإنه يقوم بتدوير الجناحين إلى أعلى وأسفل حول الكتف . يمتلك الطائر الطنان أجنحة صغيرة ذات عزم قصور ذاتي صغير، لذا يستطيع الطائر تحريك جناحيه بسرعة (تصل إلى 70 ذبذبة في الثانية) . وعلى النقيض من ذلك فإن النسر لديه أجنحة ضخمة يصعب تحريكها بسبب عزم القصور الذاتي الكبير . يرفرف النسر بأجنحته بمعدل ذبذبة واحدة في الثانية عند الإقلاع، ولكنه في معظم الأوقات يميل إلى التحليق مع ثبات جناحيه .

باتجاه المحور (Y)

$$L_f = I\,\omega_f = 0.02 \times 40 = 0.8\,Kg.m^2/s$$

$$\sum\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{0.8-0.4}{5} = 0.08\,Kg.m^2/s$$

سؤال (82) : جسم زخمه الزاوي $120\,Kg.m^2/s$ ، اذا فقد 36٪ من طاقه الحركيه الدورانيه خلال $4\,s$ مع بقاء دورانه بنفس الاتجاه ، احسب :

1 . التغير في الزخم الزاوي للجسم .

2 . عزم الدوران للجسم .

$$\frac{L_i}{L_f} = \frac{\sqrt{2\,I\,KE_i}}{\sqrt{2\,I\,KE_f}} \rightarrow \frac{120}{L_f} = \frac{\sqrt{KE_i}}{\sqrt{\frac{64}{100}KE_i}} \rightarrow \frac{120}{L_f} = \frac{10}{8}$$

$$L_f = 96\,Kg.m^2/s$$

$$\Delta L = L_f - L_i = 96 - 120 = -24\,Kg.m^2/s$$

$$\sum\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{-24}{4} = -6\,N.m$$

سؤال (83) : يدور جسم باتجاه عقارب الساعه بسرعه زاويه مقدارها $5.5\,rad/s$ ، وخلال $0.5\,s$ ، اصبحت سرعته الزاويه $2\,rad/s$ بعكس اتجاه عقارب الساعه ، فاذا علمت ان عزم القصور الذاتي الدوراني للجسم $12\,Kg.m^2$ ، فاحسب :

1 . التغير في الزخم الزاويه للجسم .

2 . عزم الدوران .

3 . المعدل الزمني للتغير في الطاقه الحركيه .

- التغير في الزخم الزاوي للجسم :

$$\Delta L = I\,(\omega_f - \omega_i)$$

$$\Delta L = 12 \times [2 - (-5.5)] = 12 \times (2 + 5.5)$$

$$= 12 \times 7.5 = 90\,kg.m^2/s$$

الإشارة الموجبة تعني أن التغير في الزخم الزاوي باتجاه عكس عقارب الساعة

- عزم الدوران:

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{90}{0.5} = 180\,N.m$$

في اتجاه عكس عقارب الساعة

- المعدل الزمني للتغير في الطاقة الحركية:

$$\Delta\,KE_{rot} = \frac{1}{2}\,I\,(\omega_f^2 - \omega_i^2)$$

$$\Delta\,KE_{rot} = \frac{1}{2} \times 12 \times [(2)^2 - (-5.5)^2]$$

$$= 6 \times (4 - 30.25) = 6 \times (-26.25)$$

$$= -157.5\,J$$

$$\frac{\Delta KE_{rot}}{\Delta t} = -\frac{157.5}{0.5} = -315\,J/s$$

حفظ الزخم الزاوي

ينص قانون حفظ الزخم الزاوي على ان : ((الزخم الزاوي لنظام معزول يظل ثابتا في المقدار والاتجاه نفسه عندما يكون العزم المحصل المؤثر في النظام المعزول صفرا)) .

سؤال 29 : قرص مصمت منتظم كتلته $8\,kg$ ونصف قطره $0.5\,m$، يدور في المستوى $x-y$ حول محور ثابت يمر بمركزه (محور z) بسرعة زاوية مقدارها $10\,rad/s$ باتجاه عقارب الساعة. أثر عليه بعزم دوراني خارجي خلال فترة زمنية مقدارها $2\,s$، ففقد القرص 75% من طاقته الحركية الدورانية وانعكس اتجاه دورانه ليصبح بعكس اتجاه عقارب الساعة. احسب:

1. مقدار واتجاه الزخم الزاوي الابتدائي للقرص.
2. التغير في الزخم الزاوي للقرص.
3. عزم الدوران المؤثر في القرص.
4. المعدل الزمني للتغير في الطاقة الحركية الدورانية.

سؤال (84) : متى نستخدم قانون حفظ الزخم الزاوي ؟

عندما يكون العزم المحصل المؤثر في النظام المعزول صفرا .

اذا اعيد توزيع كتله النظام المعزول الذي يتحرك حركه دورانيه ، فان عزم القصور الذاتي والسرعه الزاويه للنظام يتغيران ، بحيث يبقى الزخم الزاوي ثابتا . وعليه فان :

$$L_i = L_f$$

$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

سؤال (85) : يبين الشكل المجاور متزلجا يدور بسرعه زاويه على ارض جليديه . بين ماذا يحدث للسرعه الزاويه للمتزلج عندما يضم ذراعيه الى صدره ؟

عندما يقوم المتزلج بضم ذراعيه الى صدره ، يقترب توزيع الكتله من محور الدوران ، فيقل عزم القصور الذاتي الدوراني ، مع بقاء الزخم الزاوي ثابتا ، فتزداد السرعه الزاويه للمتزلج .

سؤال (86) : ثلاثه اطفال كتلهم (20 Kg , 28 Kg , 32 Kg) ، يقفون عند حافه لعبه دواره على شكل قرص دائري منتظم كتلته (100 Kg) ونصف قطره (2 m) ويدور بسرعه زاويه ثابته مقدارها (2 rad/s) حول محور دوران ثابت عمودي على سطح القرص ، ويمر في مركزه باتجاه محور (y) ، تحرك الطفل الذي كتلته (20 Kg) ووقف عند مركز القرص ، احسب مقدار السرعه الزاويه الجديده للعبه الدواره .

حساب عزم القصور الذاتي الابتدائي للنظام

- **للقرص:**

$$I_{disk} = \frac{1}{2}m\,r^2 = \frac{1}{2}\times 100\times(2)^2 = 200\ kg.m^2$$

- **للأطفال الثلاثة عند الحافة**

$$I_{kids,i} = (m_1 + m_2 + m_3)r^2$$
$$= (20 + 28 + 32)\times(2)^2$$
$$= 80 \times 4 = 320\ kg.m^2$$

- **إجمالي عزم القصور الذاتي الابتدائي:**

$$I_i = I_{disk} + I_{kids,i} = 200 + 320 = 520\ kg.m\hat{}2$$

حساب عزم القصور الذاتي النهائي للنظام

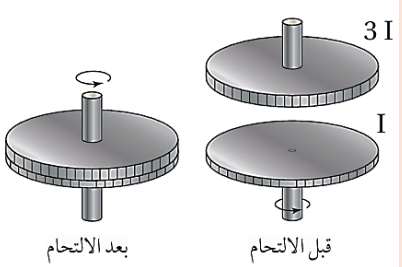
- انتقل الطفل الأول $(20\ kg)$ إلى المركز $(r_1 = 0)$ فتصبح I له مساوية للصفر.
- يبقى الطفلان الثاني والثالث عند الحافة

$$I_{kids,f} = (m_2 + m_3)r^2 = (28 + 32)\times(2)^2 = 60\times 4$$
$$= 240\ kg.m^2$$

- **إجمالي عزم القصور الذاتي النهائي:**

$$I_f = I_{disk} + I_{kids,f} = 200 + 240 = 440\ kg.m^2$$

سؤال كتاب الأنشطة : يدور قرص عزم القصور الذاتي له (I) حول محور ثابت أملس بسرعة زاوية (ω)، وطاقة حركية دورانية (KE). تهاسقط رأسيًا نحوه قرص ساكن عزم القصور الذاتي له $(3I)$ فتحركا كجسم واحد، كما هو مبين في الشكل. اطاق الحركية الدورانية للنظام بعد الالتحام تساوي:



أ. $\frac{1}{2}KE$ ب. $\frac{1}{4}KE$

ج. $\frac{1}{8}KE$ د. $\frac{1}{16}KE$

تطبيق قانون حفظ الزخم الزاوي

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$
$$520 \times 2 = 440\,\omega_f$$
$$1040 = 440\,\omega_f$$
$$\omega_f = \frac{1040}{440} = 2.36\,rad/s$$

سؤال (87) : يقف ولد كتلته (45 Kg) على حافه قرص دوار كتلته (200 Kg) ونصف قطره (3 m) ، ويدور هذا القرص بسرعه زاويه ثابته مقدارها (4 rad/s) . احسب السرعه الزاويه للقرص الدوار حين يصبح الولد على بعد (1.5 m) من محور القرص

حساب عزم القصور الذاتي الابتدائي للنظام

- **للقرص المصمت:**

$$I_{disk} = \frac{1}{2}m\,r^2 = \frac{1}{2} \times 200 \times (3)^2 = 100 \times 9$$
$$= 900\,kg.m^2$$

- **للولد عند الحافة**

$$I_{boy,i} = m\,r_i^2 = 45 \times (3)^2 = 45 \times 9$$
$$= 405\,kg.m^2$$

- **إجمالي عزم القصور الذاتي الابتدائي:**

$$I_i = I_{disk} + I_{boy,i} = 900 + 405 = 1305\,kg.m^2$$

حساب عزم القصور الذاتي النهائي للنظام

- **للولد عند البعد الجديد**

$$I_{boy,f} = m\,r_f^2 = 45 \times (1.5)^2 = 45 \times 2.25$$
$$= 101.25\,kg.m^2$$

- **إجمالي عزم القصور الذاتي النهائي:**

$$I_f = I_{disk} + I_{boy,f} = 900 + 101.25 = 1001.25\,kg.m^2$$

تطبيق قانون حفظ الزخم الزاوي

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$
$$1305 \times 4 = 1001.25\,\omega_f$$
$$5220 = 1001.25\,\omega_f$$
$$\omega_f = \frac{5220}{1001.25} = 5.21 = rad/s$$

سؤال (88) : يدور قرصان منفصلان حول محور واحد اذا كان القصور الذاتي الدوراني للقرص الاول هو (I) ويدور بسرعه زاويه (ω) ، وللقرص الثاني يكون عزم القصور الذاتي ($2\,I$) ويدور بسرعه زاويه (2ω) بنفس اتجاه دوران القرص الاول ، اذا دفع القرصين ببطء حتى التحما ، فما السرعه الزاويه التي سيدور بها القرصان معا .

الزخم الزاوي الابتدائي للنظام

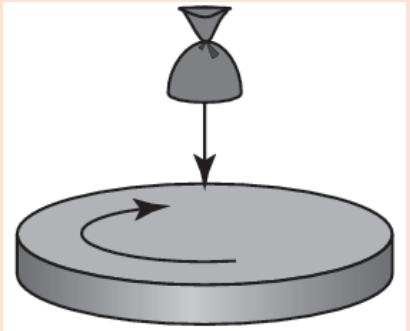
$$L_i = L_1 + L_2 = I_1\,\omega_1 + I_2\,\omega_2$$
$$L_i = (I)(\omega) + (2I)(2\omega) = I\omega + 4I\omega = 5I\omega$$

حساب عزم القصور الذاتي الكلي بعد الالتحام

$$I_f = I_1 + I_2 = I + 2I = 3I$$

تطبيق قانون حفظ الزخم الزاوي

سؤال كتاب الأنشطة : في الشكل المجاور قرص نصف قطره (R) يدور بسرعة زاوية ابتدائية $(2\,rad/s)$، أسقط عليه كيس من السكون عند حافته؛ فأصبح يدور معه. إذا علمتُ أن كتلة القرص أربعة أضعاف كتلة الكيس، وبافتراض أن الكيس جسم نقطي؛ فإن السرعة الزاوية النهائية للنظام المكوّن من القرص والكيس:



أ. $\frac{4}{3}rad/s$ ب. $1\,rad/s$

ج. $\frac{1}{2}rad/s$ د. $\frac{1}{4}rad/s$

$$L_i = I_f\,\omega_f$$
$$5I\omega = 3I\,\omega_f$$
$$\omega_f = \frac{5I\omega}{3I} = \frac{5}{3}\omega$$

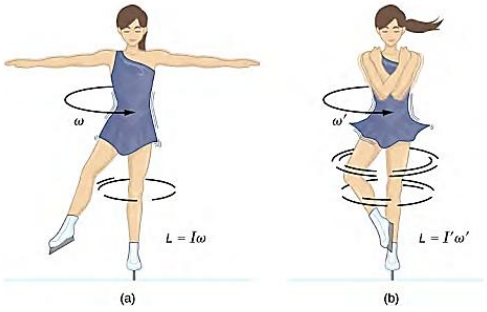
سؤال (89) : تدور متزلجه على الجليد حول نفسها بذراعين مفتوحتين بمعدل $1.9\,rev/s$ ، فيكون القصور الذاتي لها $13.3\,Kg.m^2$ ، اذا ضمت ذراعيها بعد ذلك بهدف زياده سرعه دورانها حول نفسها فاصبح القصور الذاتي لها $4.8\,Kg.m^2$ ، فكم تصبح سرعتها الزاويه .

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$
$$13.3 \times 1.9 = 4.8\,\omega_f$$
$$25.27 = 4.8\,\omega_f$$
$$\omega_f = \frac{25.27}{4.8} = 5.265\,rev/s$$

تحويل السرعة الزاوية إلى وحدة (rad/s) :

$$\omega_f = 5.265 \times 2\pi = 33.08\,rad/s$$

سؤال (90) : يبين الشكل راقصه باليه تدور على المسرح بسرعه زاويه ($2\,rad/s$) ويديها ممدودتان ، اذا قامت الراقصه بثني يديها وقدمها إلى محور دورانها ، وباعتبار ان عزم القصور الذاتي الدوراني لها ويديها ممدودتان $200\,Kg.m^2$ ، وعندما تقوم بضم يديها $160\,Kg.m^2$ ، احسب الزخم الزاويه الدوراني للراقصه سرعه الراقصه عندما تقوم بضم يديها .



حساب الزخم الزاوي الدوراني للراقصة

$$L = I_i\,\omega_i = 200 \times 2 = 400\,kg.m^2/s$$

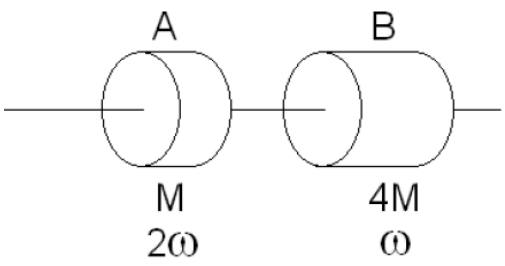
نظراً لعدم وجود عزوم خارجية مؤثِرة، يبقى الزخم الزاوي ثابتاً ومحفوظاً قبل ضم اليدين وبعده $L_i = L_f = 400\,kg.m^2/s$

حساب سرعة الراقصة الزاوية عند ضم يديها

تطبيق قانون حفظ الزخم الزاوي

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$
$$400 = 160\,\omega_f$$
$$\omega_f = \frac{400}{160} = 2.5\,rad/s$$

سؤال (91) : الشكل المجاور تمثل اسطوانه دواره A كتلتها M تدور بسرعه 2ω ، و B اسطوانه دواره كتلتها $4M$ تدور بسرعه ω باتجاه يعاكس A ، فاذا كان نصف قطر كل من الاسطوانتين r ، واتصلتا معا اثناء دورانهما .



فكم تصبح سرعه المنظومه .

حساب الزخم الزاوي الابتدائي للنظام

$$L_i = I_A\,\omega_A + I_B\,\omega_B$$
$$L_i = (\tfrac{1}{2}\,M\,r^2)\,(2\omega) + (2\,M\,r^2)\,(-\omega)$$
$$L_i = M\,r^2\,\omega - 2\,M\,r^2\,\omega = -M\,r^2\,\omega$$

حساب عزم القصور الذاتي الكلي للنظام

$$I_f = I_A + I_B = \tfrac{1}{2}\,M\,r^2 + 2\,M\,r^2 = \tfrac{5}{2}\,M\,r^2$$

تطبيق قانون حفظ الزخم الزاوي

$$L_i = I_f\,\omega_f$$
$$-M\,r^2\,\omega = (\tfrac{5}{2}\,M\,r^2)\,\omega_f$$
$$-\omega = \tfrac{5}{2}\,\omega_f \rightarrow \omega_f = -\tfrac{2}{5}\,\omega = -0.4\omega$$

مراجعة الدرس :

الفكرة الرئيسة: أقارن بين الكميات الخطية الآتية وما يناظرها في الحركة الدورانية : الطاقة الحركية الخطية، القانون الثاني لنيوتن، الزخم الخطي، حفظ الزخم الخطي .

الطاقة الحركية (Kinetic Energy):

- **الخطية:** $KE = \frac{1}{2}\,m\,v^2$
- **الدورانية:** $KE_{rot} = \frac{1}{2}\,I\,\omega^2$

القانون الثاني لنيوتن (Newton's Second Law):

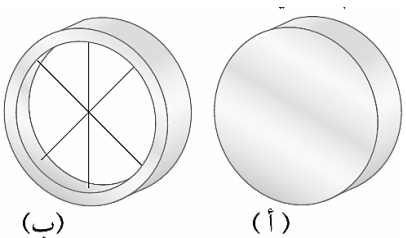
- **في الحركة الخطية:** $\sum F = m\,a$ أو $\sum F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$
- **في الحركة الدورانية:** $\sum \tau = I\,\alpha$ أو $\sum \tau = \frac{\Delta L}{\Delta t}$

الزخم (Momentum):

- **الزخم الخطّي:** $p = m\,v$
- **الزخم الزاوي المناظر:** $L = I\,\omega$

حفظ الزخم (Conservation of Momentum):

- **حفظ الزخم الخطّي:** $p_i = p_f$ (عندما تكون محصلة القوى الخارجية صفرًا $\sum F = 0$)
- **حفظ الزخم الزاوي:** $L_i = L_f$ (عندما تكون محصلة العزوم الخارجية صفرًا $\sum \tau = 0$)



يبيّنُ الشكل المجاور أُسطوانتين إحداهما مُصمَتةٌ والأُخرى مجوّفة، متماثلتين في الكتلة والأبعاد والسرعة الزاويّة، وتدوران حول محورٍ ثابتٍ عمودي على المركز الهندسي لكلٍّ منهما . أجيب عن الاسئلة الآتية :

أ . **أقارنُ** بين الزخَم الزاويّ للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي .

ب . **أقارنُ** بين الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانتين، هل هما متساويان أم لا؟ أُفسّر إجابتي .

ج . **أستخدم الأرقام**: أحسب مقدار السرعة الزاويّة الثابتة للأسطوانة (أ) عندما تكون طاقتها الحركية الدورانية $(32\ J)$. علما بأن كتلتها $(2\ Kg)$ ، ونصف قطرها $(0.5\ m)$.

أ. المقارنة بين الزخم الزاوي (L):

- **الإجابة: غير متساويين**؛ الزخم الزاوي للأسطوانة المجوفة (ب) **أكبر** من الزخم الزاوي للأسطوانة المصمتة (أ) $(L_{ب} > L_{أ})$.
- **التفسير:** الزخم الزاوي يعتمد على عزم القصور الذاتي والسرعة الزاوية $(L = I\omega)$. وبما أن السرعة الزاوية (ω) والكتلة ونصف القطر متماثلة، فإن عزم القصور الذاتي للأسطوانة المجوفة أكبر من المصمتة $(I_{ب} > I_{أ})$ لأن كتلتا موزعة على مسافة أبعد عن محور الدوران، وبالتالي يكون زخمها الزاوي أكبر.

ب. المقارنة بين الطاقة الحركية الدورانية (KE_{rot}):

- **الإجابة: غير متساويين**؛ الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانة المجوفة (ب) **أكبر** من الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانة المصمتة (أ) $(KE_{rot,ب} > KE_{rot,أ})$.
- **التفسير:** تعتمد الطاقة الحركية الدورانية على عزم القصور الذاتي ومربع السرعة الزاوية $(KE_{rot} = \frac{1}{2} I\ \omega^2)$. وبما أن (ω) ثابتة للحالتين، و $I_{ب} > I_{أ}$، فإن الطاقة الحركية الدورانية للأسطوانة المجوفة تكون أكبر.

ج. حساب السرعة الزاوية للأسطوانة المصمتة (أ):

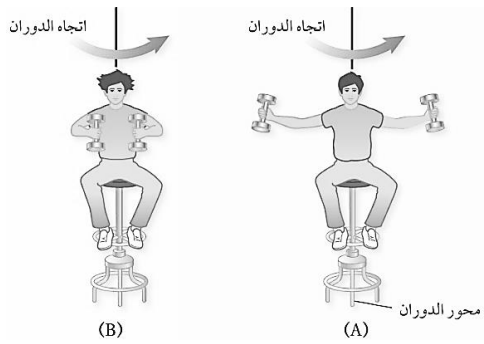
- **حساب عزم القصور الذاتي للأسطوانة المصمتة (I):**

$$I = \frac{1}{2} m\, r^2 = \frac{1}{2} \times\ 2.0\ \times\ (0.50)^2\ =\ 0.25\ kg.m^2$$

- **حساب السرعة الزاوية ($omega\$):**

$$KE_{rot} = \frac{1}{2}\ I\ \omega^2$$
$$32 = \frac{1}{2} \times\ 0.25\ \omega^2$$
$$32\ =\ 0.125\ \omega^2$$
$$\omega\ =\ \sqrt{256}\ =\ 16\ rad/s$$

التفكير الناقد: يجلس طالبٌ على كرسيٍّ قابلٍ للدوران حول محورٍ رأسي، ويُمسك ثقلًا بكلِّ يدٍ . بدايةً؛ يدور الطالب والكرسيُّ بسرعةٍ زاويّة (ω_i) ويداه ممدودتان، كما هو موضّحٌ في الشكل A، فيكون عزم القصور الذاتي للنظام (I) طلب



المعلّم من الطالب ضمّ ذراعيه؛ كما في الشكل B؛ فأصبحت سرعة الزاوية النهائية (5) أضعاف سرعته الزاويّة الابتدائية . أجيب عن الأسئلة الآتية :

أ . ما سبب الزيادة في السرعة الزاويّة؟

ب . أجد نسبة الطاقة الحركية الدورانية النهائية إلى الطاقة الحركية الدورانية الابتدائية .

أ. سبب الزيادة في السرعة الزاوية:

عند ضم الطالب ذراعيه، تقترب الكتلة (اليدان والأثقال) من محور الدوران، مما يؤدي إلى نقصان عزم القصور الذاتي للنظام(I) . وبسبب غياب العزوم الخارجية المحصلة المؤثرة في النظام، يكون الزخم الزاوي محفوظاً $(L_i = L_f)$؛ ولكي يُحافظ النظام على ثبات الزخم الزاوي$(L = I\omega)$ ، تؤدي أية أرجحة لنقصان عزم القصور الذاتي إلى زيادة السرعة الزاوية (ω) بنفس النسبة.

ب. نسبة الطاقة الحركية الدورانية النهائية إلى الابتدائية:

من قانون حفظ الزخم الزاوي

$$I_i\,\omega_i = I_f\,\omega_f$$

$$I\,\omega_i = I_f\,(5\omega_i) \rightarrow I_f = \frac{1}{5}\,I$$

باستعمال صيغة الطاقة الحركية بدلالة الزخم الزاوي والسرعة الزاوية $(KE_{rot} = \frac{1}{2}\,L\,\omega)$ مع ثبات الزخم الزاوي $(L_i = L_f = L)$:

$$\frac{KE_{rot,f}}{KE_{rot,i}} = \frac{\frac{1}{2}L\,\omega_f}{\frac{1}{2}L\,\omega_i} = \frac{\omega_f}{\omega_i}$$

$$\frac{KE_{rot,f}}{KE_{rot,i}} = \frac{5\omega_i}{\omega_i} = \frac{5}{1}$$

أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة لكل جملة ممّا يأتي:

1. أُسطوانتان مُصمتتان متساويتان في الكتلة، ونصف قطر الأُسطوانة الثانية ثلاثة أضعاف الأولى. تدور كُلٌّ منهما حول محور يمرُّ في مركزها بالسرعة الزاويّة نفسها. فإنّ النسبة بين مقداري الطاقة الحركية الدورانية لهما $(\frac{KE_1}{KE_2})$ تكون:

أ . 9 ب . 3 ج . $\frac{1}{3}$ د . $\frac{1}{9}$

2. يقف ثلاثة أطفال متساوين في الكتلة عند حافة لعبة دوّارة على شكل قرص دائري منتظم، يدور النظام المكوّن من الأطفال واللعبة بسرعة زاويّة ثابتة حول محور ثابت عمودي على سطح القرص ويمرُّ في مركزه. إذا اقترب أحد الأطفال من مركز القرص؛ فإن مايحدث لكُلٍّ من مقداري السرعة الزاويّة (ω)، والزخم الزاوي (L):

أ . ω يزداد، L يقل . ب . ω يقل، L يزداد .

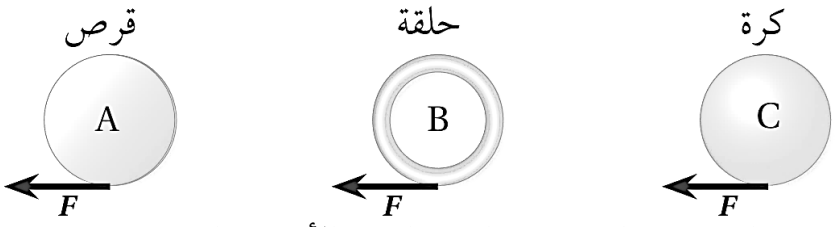
ج . ω يزداد، L يبقى ثابت . د . ω يقل، L يبقى ثابت .

3. تقف فتاةٌ كتلتها $(50\,Kg)$ على طرف لعبة قرص دوّار نصف قطره $(4\,m)$ ؛ فيكون عزم القصور الذاتي للنظام المكوّن منهما $(2400\,Kg.m^2)$ ، ويدور النظام بزخم زاويّ مقداره $(4800\,Kg.m^2/s)$ ، إذا تحركت الفتاة لتصبح على بعد $(2\,m)$ من

محور اللعبة؛ فإن السرعة الزاويّة للنظام بوحدة (rad/s) تساوي :

أ . 2 ب . 2.4 ج . 2.67 د . 4

يبين الشكل كرةً مصمتةً وحلقةً وقرصًا تتساوى في نصف القطر والكتلة . أثّرت في الأجسام الثلاثة قوًى مماسية متساوية فحركتها من السكون ، حول محور ثابت يمر في مركز كل منها عموديا عليه . معتمدا على البيانات المثبتة في الشكل أجيب عن الفقرتين الآتيين :



4. العبارة الصحيحة التي تصف الزخم الزاويّ للأجسام الثلاثة بعد مدة من الزمن:

أ . الكرة المصمتة لها أكبر زخم زاوي.

ب. الحلقة لها أكبر زخم زاوي

ج. القرص له أكبر زخم زاوي.

د. الأجسام الثلاثة متساوية في الزخم الزاوي.

5. الترتيب التنازلي للسرعة الزاويّة للأجسام الثلاثة بعد مدة من الزمن:

أ . $\omega_A > \omega_B > \omega_C$. ب . $\omega_A > \omega_C > \omega_B$.

ج . $\omega_C > \omega_A > \omega_B$. د . $\omega_B > \omega_A > \omega_C$.

الإثراء والتوسّع : اتزان الجسور

يتطلّب بناء المنشآت -من جسور وسدود ومبانٍ إلى نطاحات السحاب- من المصمّمين والمهندسين المعماريين تحديدَ القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبها؛ للمحافظة عليها ثابتةً ومتزنةً سكونيًّا وعدم انهيارها. ويُعنى الاتّزان السكونيّ بحساب القوى المؤثّرة في هذه الهياكل والتراكيب، لتحديد إذا كانت قادرة على تحمّل هذه القوى دونَ حدوث تشوّهٍ أو تصدّعٍ أو كسرٍ فيها.

تُصمم الجسور بأشكال مختلفة، ويتعرّض كلّ منها لقوًى مختلفةٍ تؤثّر في مكوّناته، تعمل على شدّها أو ضغطها. إذ تؤثّر فيها قوى ضغط تجعلها تنكمش وتتقلّص، وقوى شدّ تجعلها تتمدّد ويزداد طولها؛ كما هو موضحّ في الشكل؛ لذا يجب أخذ هذه القوى في الحسبان عند تصميم أي جسر؛ كي لا يتعرّض إلى التصدّع والالتواء والانكماش، لعدم مقدرته على تحمّلها، وإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بالشكل الذي يمنع تمركُزها في منطقةٍ واحدة.

لرسم أفضل التصاميم وتنفيذها باستخدام المواد المناسبة؛ يراعي المصمّمون والمهندسون المعماريون في مراحل تصميم الجسور المختلفة وإنشائها تحقيقَ شرطي الاتّزان في مكوناتها جميعًا. ولتكون الجسور أنظمةً متزنةً؛ يجب أخذُ قياساتٍ دقيقةٍ مضبوطةٍ لهذه القوى ومواقع دعامات الجسر والمسافات بينها ومقدار أكبر ثقل يُمكن أن يتحمله الجسر دون أن ينهار.

سؤال (92) : ما الذي يتطلّبه بناء المنشآت (مثل الجسور، السدود، المباني، ونطاحات السحاب) من المصمّمين والمهندسين المعماريين؟ ولماذا؟

يتطلّب تحديدَ القوى المؤثرة في هياكلها وتراكيبها؛ وذلك للمحافظة عليها ثابتةً ومتزنةً سكونيًّا وعدم انهيارها.

سؤال (93) : بمَ يُعنى الاتزان السكونيّ في المنشآت؟

يُعنى بحساب القوى المؤثّرة في هذه الهياكل والتراكيب، لتحديد ما إذا كانت قادرة على تحمّل هذه القوى دونَ حدوث تشوّهٍ أو تصدّعٍ أو كسرٍ فيها.

سؤال (94) : ما تأثير القوى المختلفة التي تتعرّض لها مكوّنات الجسور؟

تعمل هذه القوى على شدّها أو ضغطها؛ إذ تؤثّر فيها:

قوى ضغط: تجعلها تنكمش وتتقلّص.

قوى شدّ: تجعلها تتمدّد ويزداد طولها.

سؤال (95) : لماذا يجب أخذ قوى الشد والضغط في الحسبان عند تصميم أي جسر؟

كي لا يتعرّض الجسر إلى التصدّع والالتواء والانكماش لعدم مقدرته على تحمّلها، ولإيجاد وسائل وتصاميم مناسبة تعمل على توزيع هذه القوى على مختلف أجزاء الجسر بالشكل الذي يمنع تمركُزها في منطقةٍ واحدة.

سؤال (96) : كيف يضمن المصمّمون والمهندسون المعماريون رسم أفضل التصاميم وتنفيذها باستخدام المواد المناسبة في مراحل تصميم الجسور وانشائها؟

من خلال مراعاة تحقيقَ شرطي الاتّزان في مكونات الجسور جميعًا.

سؤال (97) : ما الإجراءات الواجب اتخاذها لكي تكون الجسور أنظمةً متزنةً؟

يجب أخذُ قياساتٍ دقيقةٍ مضبوطةٍ لـ:

- هذه القوى.
- مواقع دعامات الجسر.
- المسافات بين الدعامات.
- مقدار أكبر ثقل يُمكن أن يتحمله الجسر دون أن ينهار.