يركض شخص كتلته $90\ Kg$ في مسار دائري نصف قطره $20\ m$ ، فإذا غير هذا الشخص نصف قطر مسار الركض ليصبح $12\ m$ ، أوجد التغير في عزم القصور الذاتي الدوراني لهذا الشخص .

$I_i = mr^2 = 90 \times 400 = 36000\ kg.m^2$

$I_f = mr^2 = 90 \times 144 = 12960\ kg.m^2$

$\Delta I = I_f - I_i = 12960 - 36000 = -23040\ kg.m^2$

قرص مصمت كتلته $60\ Kg$ ونصف قطره $2.5\ m$ ، يقف عند طرفه شخص كتلته $50\ Kg$. وتؤثر في النظام قوة مقدارها $150\ N$ باتجاه عقارب الساعة . فإذا كان محور الدوران عموديا على الأرض ويمر في منتصف القرص ، احسب :

- عزم القصور الذاتي الدوراني للقرص .
- عزم الدوران .
- التسارع الزاوي إذا تحرك هذا الشخص $1\ m$ فقط نحو المحور أثناء دوران القرص .

* $I_{\text{قرص}} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2} \times 60 \times 6.25 = 187.5\ kg.m^2$

$I_{\text{شخص}} = mr^2 = 50 \times 6.25 = 312.5\ kg.m^2$

$I_T = 187.5 + 312.5 = 500\ kg.m^2$

* $\Sigma \tau = Fr = -150 \times 2.5 = -375\ N.m$

* $I_{\text{قرص}} = 187.5\ kg.m^2$

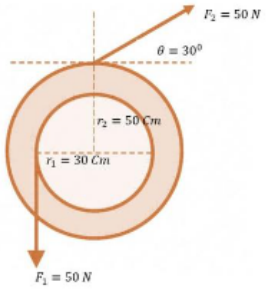
$I_{\text{شخص}} = mr^2 = 50 \times 2.25 = 112.5\ kg.m^2$

$I_T = 187.5 + 112.5 = 300\ kg.m^2$

$\Sigma \tau = I\alpha$

$-375 = 300\alpha$

$\alpha = 1.25\ rad/s^2$

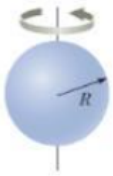


جسم دائري مفرغ . نصف قطر حافته الداخلية $30\ cm$ ، ونصف قطر حافته الخارجية $50\ cm$ ، وتؤثر فيه القوتان الموضحتان في الشكل ، فإذا كان عزم القصور الذاتي الدوراني للجسم $150\ Kg.m^2$. فاحسب التسارع الزاوي لهذا الجسم.

$$\Sigma\tau = F_1 r_1 \sin\theta_1 + F_2 r_2 \sin\theta_2$$
$$= 50 \times 0.3 \times \sin 90 + (-50) \times 0.5 \times \sin 60$$
$$= 15 - 21.5 = -6.5\ N.m$$

$$\Sigma\tau = I\alpha$$
$$-6.5 = 150\alpha$$
$$\alpha = \frac{-6.5}{150}\ rad/s^2$$

كرة مصمتة كتلتها $150\ Kg$ ونصف قطرها $15\ m$ ، يقف شخص كتلته $60\ Kg$ قريبا من المحور عند نصف قطر $5\ m$. وتؤثر في الكرة قوة بعكس اتجاه عقارب الساعة مقدارها $200\ N$. احسب عندما يكون محور الدوران عموديا على الأرض .



- عزم القصور الذاتي الدوراني للنظام .
- عزم الدوران الناتج من القوة .
- التسارع الزاوي للكرة .
- التسارع الزاوي للكرة عندما يتحرك هذا الشخص ليصبح على بعد $10\ m$ عن المحور .

* $I_{كرة} = \frac{2}{5}mr^2 = \frac{2}{5} \times 150 \times 225 = 13500\ kg.m^2$

$I_{شخص} = mr^2 = 60 \times 25 = 1500\ kg.m^2$

$I_T = 13500 + 1500 = 15000\ kg.m^2$

* $\Sigma\tau = Fr = -200 \times 15 = -3000\ N.m$

* $\Sigma\tau = I\alpha$

$-3000 = 15000\alpha$

$\alpha = -\frac{3}{15} = -0.2\ rad/s^2$

$I_{كرة} = 13500\ kg.m^2$

$I_{شخص} = mr^2 = 50 \times 100 = 5000\ kg.m^2$

$I_T = 18500\ kg.m^2$

$\Sigma\tau = I\alpha$

$-3000 = 18500\ \alpha$

$\alpha = -0.16\ rad/s^2$

قضيب فلزي كتلته $30\ Kg$ وطوله $12\ m$. و كان قابلا للدوران حول محور عمودي على الأرض يمر من طرفه . ويقف شخص كتلته $60\ Kg$ عند الطرف البعيد عن المحور .

- احسب عزم القصور الذاتي للنظام .
- احسب عزم القصور الذاتي للنظام عندما يتحرك الشخص ليصبح على بعد $8\ m$ من محور الدوران .

$I_{قضيب} = \frac{1}{3}ml^2 = \frac{1}{3} \times 30 \times 144 = 1440\ kg.m^2$

$I_{شخص} = mr^2 = 60 \times 144 = 8640\ kg.m^2$

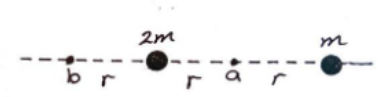
$I_T = 1440 + 8640 = 10080\ kg.m^2$

$I_{قضيب} = 1440\ kg.m^2$

$I_{شخص} = mr^2 = 60 \times 64 = 3840\ kg.m^2$

$I_T = 1440 + 3840 = 5280\ kg.m^2$

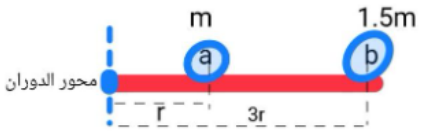
في الشكل يكون عزم القصور الذاتي الدوراني عندما يكون المحور a يساوي $120\ Kg.m^2$. أوجد عزم القصور الذاتي الدوراني عندما يكون محور الدوران b .



$\frac{I_a}{I_b} \Rightarrow \frac{120}{I_b} = \frac{mr^2 + 2mr^2}{m(9r^2) + 2mr^2}$

$\frac{120}{I_b} = \frac{3mr^2}{11mr^2} \Rightarrow I_b = \frac{11 \times 120}{3} = 440\ kg.m^2$

قضيب فلزي كتلته m وضع عليه كل من الجسمين (a و b) كما في الشكل ، فكان عزم القصور الذاتي الدوراني للنظام $150\ Kg.m^2$ ، اوجد عزم القصور الذاتي الدوراني للنظام عندما يتبادل الجسمان مواقعهما باعتبار ان محور الدوران عمودي على مستوى سطح الارض .



$$\frac{I_i}{I_f} \Rightarrow I_i = \frac{1}{3}m(3r)^2 + mr^2 + 1.5m(3r)^2$$
$$= 3mr^2 + mr^2 + 13.5mr^2 = 17.5mr^2$$
$$I_f = \frac{1}{3}m(3r^2) + 1.5mr^2 + m(3r^2)$$
$$= 3mr^2 + 1.5mr^2 + 9mr^2 = 13.5mr^2$$
$$\frac{150}{I_f} = \frac{17.5\cancel{mr^2}}{13.5\cancel{mr^2}} \Rightarrow I_f = 115.7\ kg.m^2$$

قرص دائري مصمت كتلته m ونصف قطره $6r$ يدور بتسارع زاوي مقداره $12\ rad/s^2$ حول محور عمودي عليه مار بمركزه ، اوجد التسارع الزاوي لاسطوانة مصمته رفيعة نصف قطرها $\frac{r}{2}$ وكتلتها $2m$ عندما تدور حول محور ينطبق على محورها الهندسي . علما بان القوه المماسية التي سببت الدوران لكلا الجسمين هي نفسها .

$$\Sigma\tau = I\alpha$$
$$F(6r) = \frac{1}{2}m(6r)^2(12)$$
$$6Fr = \frac{1}{2}m \times 36r^2 \times 12$$

$$\Sigma\tau = I\alpha$$
$$F\frac{r}{2} = \frac{1}{2}(2m)\left(\frac{r^2}{4}\right)\alpha$$

$$\frac{6Fr}{F\frac{r}{2}} = \frac{\frac{1}{2}m(36r^2)\times 12}{\frac{1}{2}2m\frac{r^2}{4}\alpha}$$

$$12 = \frac{36 \times 12 \times 2}{\alpha} \Rightarrow \alpha = 72\ rad/s^2$$

قرص مصمت كتلته m ونصف قطره r تؤثر فيه قوه مماسيه مقدارها (F) باتجاه عقارب الساعة فيتسارع هذا القرص بمقدار $14\ rad/s^2$ ، اوجد التسارع لهذا القرص عندما يقف شخص كتلته $\frac{m}{2}$ على بعد $\frac{r}{2}$ من مركز القرص ، باعتبار ان محور الدوران يمر في مركز القرص وعمودي على مستوى سطح الارض .

$I_{قرص} = \frac{1}{2}mr^2$

$I_{شخص} = \frac{m}{2}\frac{r^2}{4} = \frac{mr^2}{8}$

$\Sigma\tau_i = Fr \longrightarrow \Sigma\tau_i = \frac{1}{2}mr^2(-14)$

$\Sigma\tau_p = Fr \longrightarrow \Sigma\tau_p = \left(\frac{1}{8}mr^2 + \frac{1}{2}mr^2\right)\alpha$

$= \frac{5}{8}mr^2\alpha$

$\frac{\Sigma\tau_i}{\Sigma\tau_p} = \frac{\frac{1}{2}mr^2(-14)}{\frac{5}{8}mr^2\alpha} \longrightarrow -7 = \frac{5\alpha}{8}$

$\alpha = -\frac{7\times 8}{5} = -11.2\ rad/s^2$

اجب عن الفقرات الآتيه اجابه سريعة :

- ماذا يحدث لعزم القصور الذاتي الدوراني عندما يزداد تأثير القوه على الجسم . ثابت
- اذا تضاعفت كتله الجسم وقل نصف قطر الجسم الى النصف فماذا يحدث لعزم القصور الذاتي الدوراني لهذا الجسم . يقل الى النصف .
- ماذا يحدث للتسارع الزاوي المؤثر في جسم عندما يتضاعف عزم القصور الذاتي الدوراني المؤثر فيه وتتضاعف القوه المؤثرة فيه والمسببة لدورانه . ثابت
- اذا كان عزم قصور الذاتي الدوراني للجسم (I) ، فكم يصبح عزم القصور الذاتي الدوراني للجسم اذا تضاعفت كتلته وتضاعف نصف قطره . يتضاعف 8 مرات .
- ماذا يحدث لعزم الدوران اذا تضاعفت كتله الجسم . يتضاعف .
- ماذا يحدث لعزم الدوران اذا تضاعف عزم القصور الذاتي الدوراني . ثابت
- ماذا يحدث للقصور الذاتي الدوراني اذا تضاعفت سرعه الجسم . ثابت
- في اي الحالات يكون عزم القصور الذاتي الدوراني اكبر ، عندما يكون الشخص مادا ذراعيه افقيا ام عندما يكون مادا ذراعيه راسيا . افقيا
- ايهما اسهل ، تدوير قضيب فلزي حول محوره الهندسي ام حول محور عمودي عليه مارا في منتصفه . محوره الهندسي
- مسطره مثريه ، تؤثر فيها قوه تؤدي الى اكسابها تسارعا زويا . ماذا يحدث لهذا التسارع الزاوي اذا وضع جسم غير مهمل الكتلة عند طرف المسطرة بعيدا عن المحور . يقل
- كره مصمته ساكنه اثرت فيها قوه ثابته مماسيه فبدأت بالدوران ، هل يزداد تسارعها ام يقل ام يبقى ثابتا ، وهل تزداد سرعتها ام تقل ام تبقى ثابته . يبقى ثابت / تزداد
- ايهما اسهل تدويره ، ان يجلس شخص على كرسي دوار مادا ذراعيه رأسيا ام ان يجلس الشخص نفسه على كرسي دوار مادا قدميه افقيا . رأسيا .
- ايهما اسهل تدويره ، حلقه فلزيه مفرغه ام أسطوانة مفرغه لها نفس قطر وكتله الحلقة ، عندما يكون محور الدوران مارا في مركزهما وعموديا على كل منهما . نفسه
- ايهما اسهل تدويره ، كره مجوفه ام مسطره عندما يكون محور الدوران مارا في منتصف كل منهما ويكون لهما الكتلة نفسها . الكرة اذا كان طول المسطرة أكبر من نصف قطر الكرة .